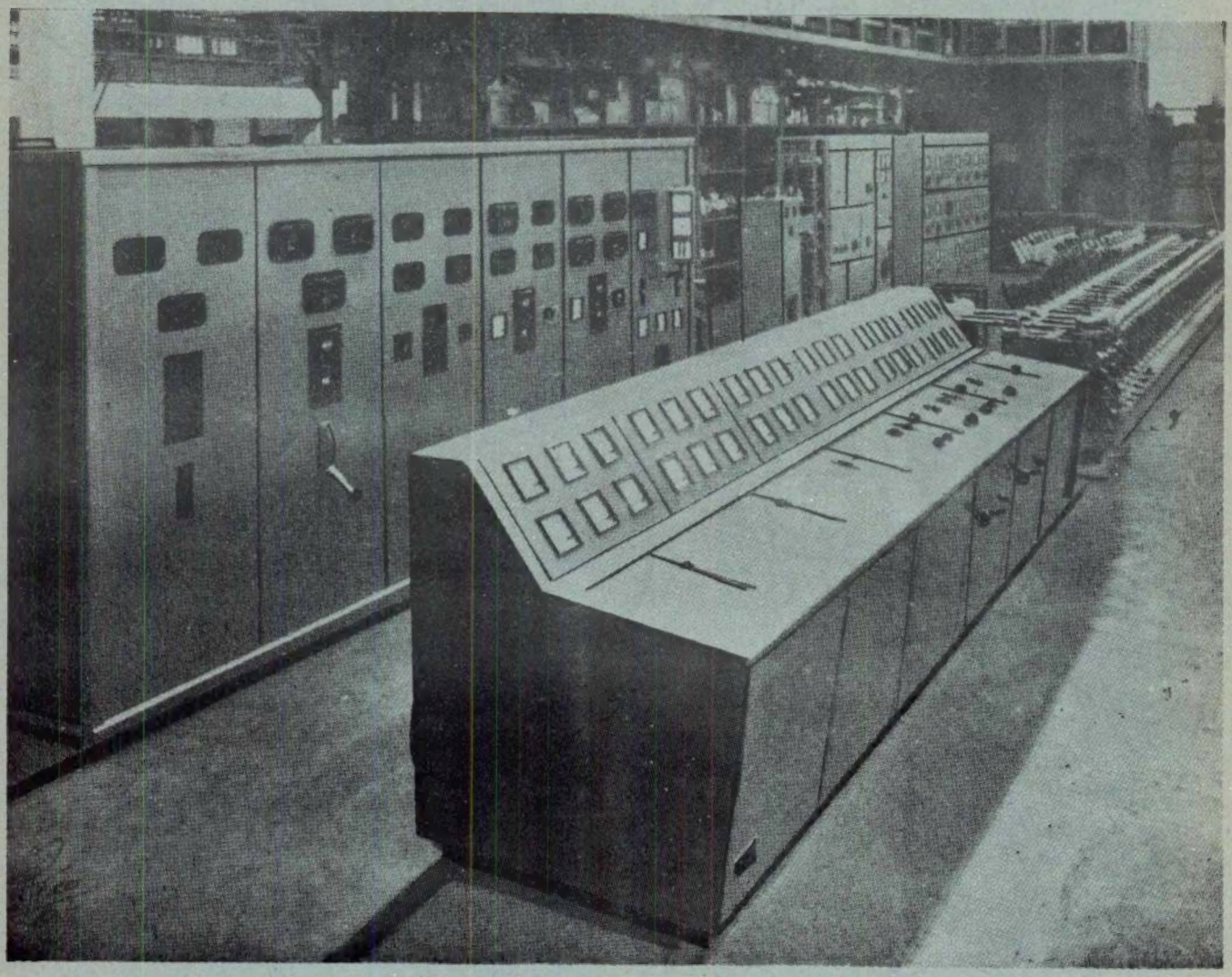
JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO
Praça da Batalha, 12
Telef. 2 28 12 (PPC)

LISBOA
Rua dos Correeiros, 14
Telef. 32 70 35 (PPC)

LUANDA
Cx. Postal 5174
Telef. 4743

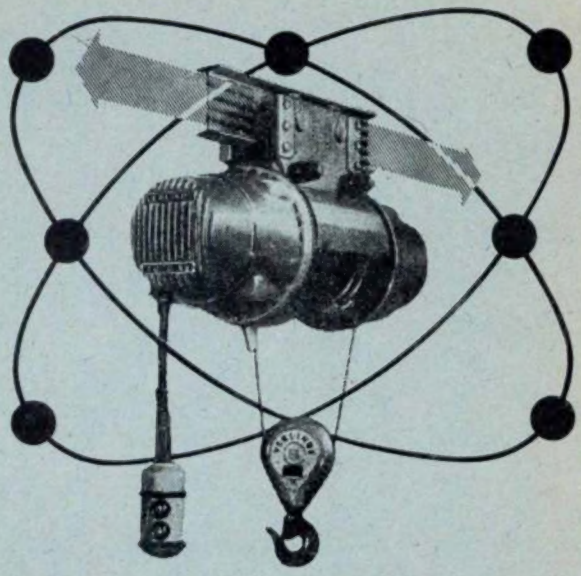


Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

DIFERENCIAIS ELÉCTRICOS EUROBLOC

* REDUTOR TIPO CAIXA DE VELOCIDADES
* FREIO DE DISCO, INDEPENDENTE, COM ARREFECIMENTO FORÇADO
* RITMO DE TRABALHO INTENSO



Pedir documentação EUROBLOC 169-5
aos Representantes em Portugal

KENDALL, PINTO BASTO & C.ª, L.DA
Rua Nova de Alfândega, 7-12 • Telef. 28 421 (7 linhas)
PORTO

E. PINTO BASTO & C.ª, L.DA
Avenida 24 de Julho, 1 • Telef. 36 15 81 (10 lidhas)
LISBOA

ESCAVADORAS HIDRÁULICAS
S/RODAS — S/LAGARTAS

yumbo

— ENTREGAS IMEDIATAS

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO
GUEDES & ALMEIDA, LDA.
RUA ÁUREA, 181 - 2.º — TELEFONES 32 50 11 - 32 78 45 — LISBOA

12. ANÁLOGOS APLICÁVEIS A PROBLEMAS DE CONDUÇÃO DE CALOR

Os problemas de condução de calor podem, em geral, reduzir-se à resolução de equações do tipo

$$1)\quad \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) = c\rho \frac{\partial T}{\partial t},$$

sendo

- t o tempo
- T a temperatura
- c o calor específico
- ρ a densidade
- k tensor condutividade térmica, que se reduz a um escalar no caso de meios isótropos.

No caso de sistemas isótropos uniformes com k independente de T, a equação 1) reduz-se a

$$2)\quad \operatorname{lap} T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

sendo

$$3)\quad \alpha = \frac{c\rho}{k}.$$

Consideremos um circuito eléctrico constituído por um reticulado de resistências, R, ligando nós, e capacidades ligando esses nós a um nó comum, 0, de referência das tensões.

Dentro da aproximação de diferenças finitas, as tensões dos nós, u, em relação ao nó 0, satisfazem à equação

$$4)\quad \operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} u) = C \frac{\partial u}{\partial t},$$

sendo σ o tensor condutividade (em determinada «escala» geométrica) do reticulado e C a capacidade por unidade de volume dos nós (na mesma escala geométrica).

Estabelecendo a correspondência,

$$t \;<>\; t$$
$$\sigma \text{ ou } \frac{1}{R} \;<>\; k$$
$$C \;<>\; c\rho$$
$$u \;<>\; T$$

corrente <> fluxo de calor,

tem-se, imediatamente, um análogo eléctrico do sistema térmico traduzido por 1).

Suponhamos, por exemplo, o caso de uma tubagem metálica isolada, com simetria cilíndrica, conforme representado na fig. 12-1, inicialmente a temperatura uniforme, e que se pretende determinar o regime transitório subsequente a um aquecimento brusco, por exemplo por introdução de vapor cuja temperatura seja mantida pràticamente constante.

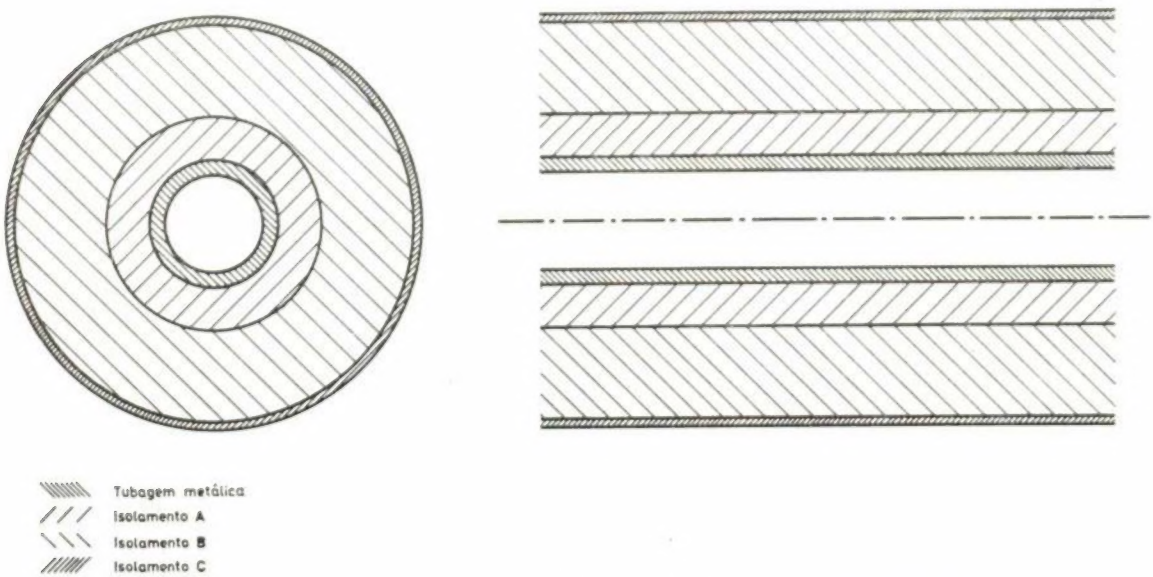


Fig. 12-1 — Representação esquemática de uma tubagem metálica isolada.

O problema tem simetria cilíndrica e axial, bastando considerar em troço de comprimento Δl e ângulo $\Delta\alpha$, conforme representado na fig. 12-2.

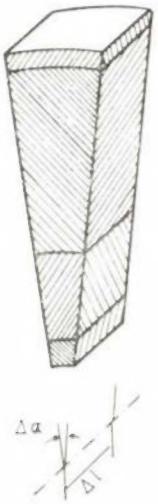


Fig. 12-2 — Troço da tubagem da fig. 12-1 considerado para análise de um problema de condução de calor com simetria cilíndrica e axial.

Decomponhamos este troço, conforme indicado na fig. 12-3, em várias camadas, definidas por superfícies S_i. Seja R_i a resistência térmica (radial) entre a superfície i a superfície $i+1$ e seja C_i a semi-soma das capacidades térmicas dos troços definidos pelas superficies S_{i-1} e S_i, e S_i e S_{i+1}.

Ter-se-á o análogo indicado na fig. 12-4, sendo R_i e C_i, no análogo, capacidades e resistências proporcionais a R_i e C_i, no sistema térmico.

A simulação do regime transitório corresponderá a aplicar uma tensão escalão u_1 (análogo da aplicação brusca de uma temperatura T_1 à superfície S_1). A evolução no tempo das tensões nos vários nós é o análogo da evolução no tempo das temperaturas nas várias camadas S (fig. 12-5).

Suponhamos agora o caso de uma fonte de calor, por exemplo destinada a aquecimento da

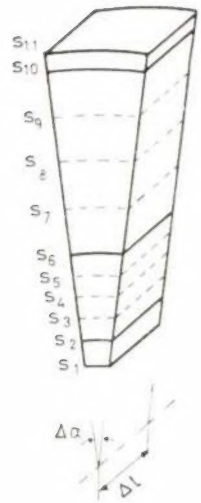


Fig. 12-3 — Decomposição do troço de tubagem da fig. 12-2 em camadas definidas pelas supefícies S_i, para estudo de um problema de transmissão de calor com simetria cilíndrica e axial.

tubagem, correspondente à introdução de calor em secções do tubagem igualmente espaçadas, conforme representado esquemàticamente na fig. 12-6. Trata-se de um problema redutível a duas dimen-

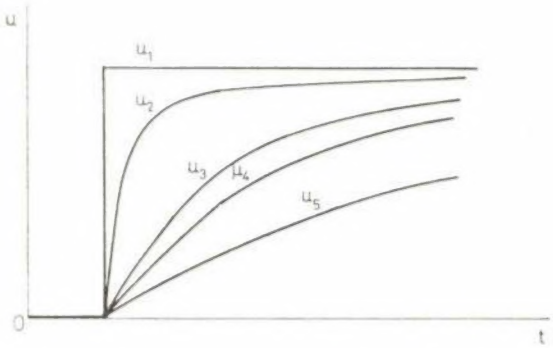


Fig. 12-5 — Representação esquemática da evolução no tempo das tensões u_i, análogas das temperaturas das superfícies S_i, correspondente a uma variação brusca da temperatura da superfície S_1 (tendo por análogo u_1), a partir de uma situação de equilíbrio térmico, por exemplo por admissão brusca de vapor na tubagem.

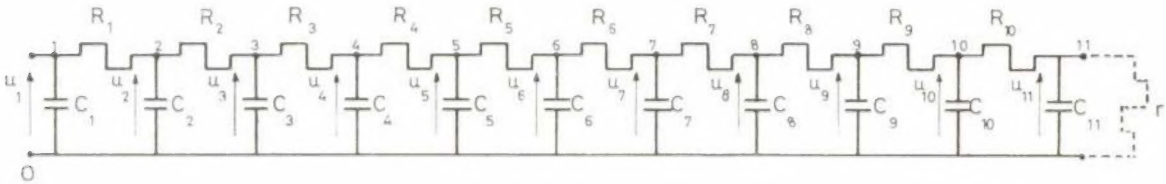


Fig. 12-4 — Análogo eléctrico do troço de tubagem da fig. 12-3, para efeitos de condução de calor. A resistência r representa as condições de transmissão de calor ao exterior (supostas equivalentes a condução se r for constante); quando tal aproximação não seja válida, r será substituído por um elemento não linear, com corrente, por exemplo função não linear de u.

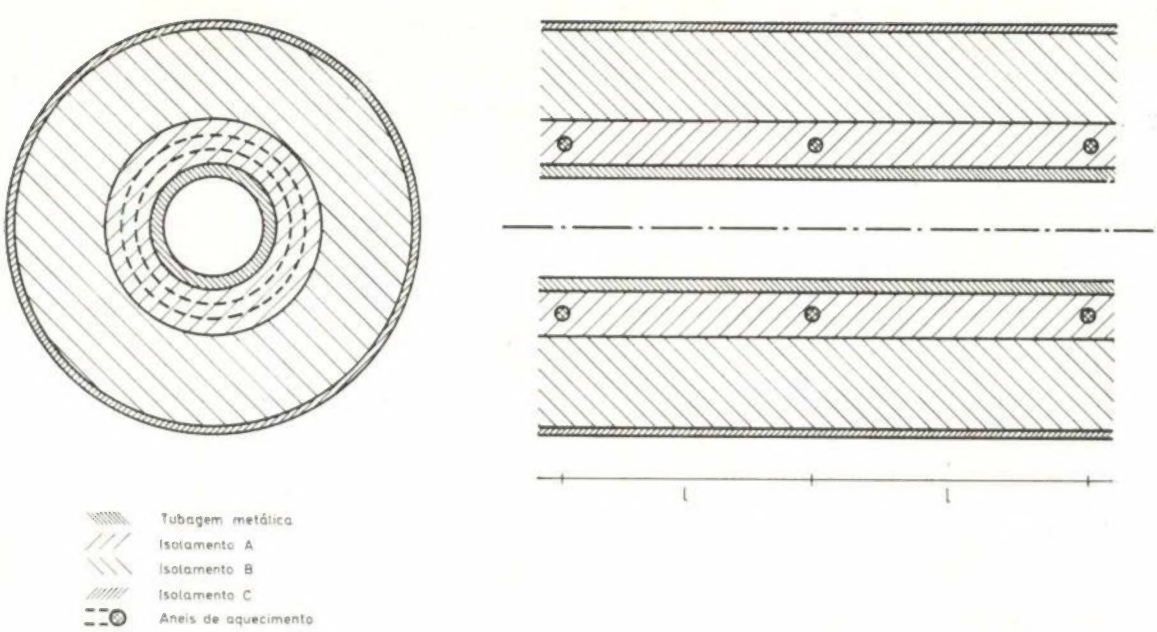


Fig. 12-6 — Representação esquemática de uma tubagem metálica isolada com anéis de aquecimento circulares uniformemente espaçados.

sões considerando um sector de tubagem de ângulo $\Delta\alpha$ e comprimento $\frac{l}{2}$, sendo l a distância entre anéis de aquecimento consecutivos.

Fazendo uma decomposição desse sector, conforme esquematizado na fig. 12-7, tem-se um

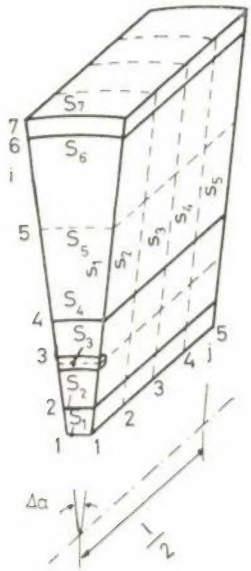


Fig. 12-7 — Sector da tubagem da fig. 12-6 considerado para efeitos de condução de calor. Atendendo às condições de simetria da tubagem, para causas de aquecimento com igual simetria basta considerar um troço de ângulo $\Delta\alpha$ e comprimento $\frac{l}{2}$, sendo l a distância entre os anéis de aquecimento.

análogo do tipo do representado na fig. 12-8, correspondendo as resistência às resistências térmicas entre facetas paralelas do sector segundo o raio e segundo o eixo, e as capacidades a $\frac{1}{4}$ da soma das capacidades caloríficas dos troços do sector vizinhos da aresta do sector (definida por um valor de i e um valor de j) correspondente a cada nó do análogo (definido por um valor de i e um valor de j). Haverá também que considerar a transmissão de calor ao exterior, de temperatura mantida constante, o que, a título ilustrativo, se supõe corresponder à condução representada pelas resistências r.

A introdução brusca nos anéis de aquecimento de uma potência térmica constante corresponde à injecção no nó do modelo correspondente ao anel (definido por $j = 1$ e $i = 3$) de uma corrente escalão (análoga de metade da potência térmica no anel, no ângulo $\Delta\alpha$, por o análogo corresponder a metade da zona de influência de cada anel) conforme representado na fig. 12-8. A evolução no tempo das tensões nos vários nós é o análogo da evolução no tempo das temperaturas dos pontos correspondentes a esses nós (fig. 12-9).

O tipo de análogo anteriormente descrito usa resistências e capacidades. Outra solução, é considerar, em vez das capacidades, resistências

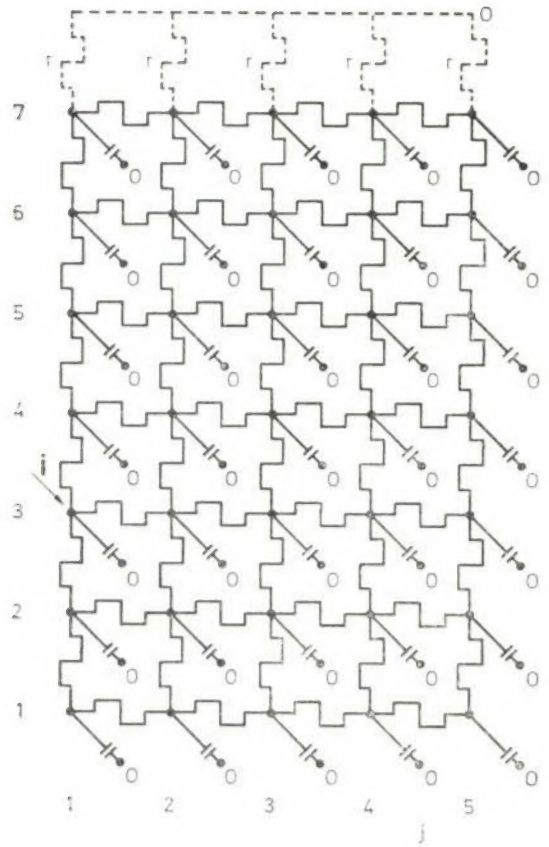


Fig. 12-8 — Análogo eléctrico do troço de tubagem representado na fig. 12-7. O nó O representa o nó de referência de tensões; para comodidade de representação, não é representada a ligação entre os vários terminais ligados a este nó, que são todos referenciados por O. As resistências r representam as condições de transmissão de calor ao exterior, supostas equivalentes a condução se r for constante; quando tal aproximação não seja válida, r será substituída por um elemento não linear, com corrente, por exemplo, função não linear da tensão aos seus terminais. A referenciação dos nós e do circuito, segundo os índices i e j, corresponde às intersecções das superfícies S_i e s_j, com a notação da fig. 12-7, e a tensão do nó ij, em relação ao nó de referência, O, é o análogo da temperatura nessa intersecção. A corrente i, injectada no nó 31, é o análogo de metade da potência térmica transmitida à tubagem por um sector $\Delta\alpha$ de um anel de aquecimento.

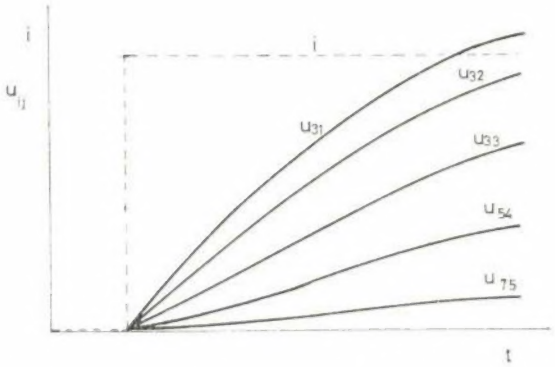


Fig. 12-9 — Representação esquemática, para uma potência de aquecimento variando segundo uma função escalão, a partir de uma situação de equilíbrio, da evolução no tempo da corrente i (correspondente à potência térmica de aquecimento), e das tensões em vários pontos (correspondentes a temperaturas), para o análogo da fig. 12-8, correspondente a uma estilização, representada na fig. 12-7, do comportamento térmico da tubagem indicada na fig. 12-6.

ligadas a uma fonte de tensão, como representado esquemàticamente na fig. 12-10 para o caso de um sistema a uma dimensão, fazendo o cálculo e ajuste das correntes injectadas nos nós para uma sucessão de instantes discretos,

5) $t = (0; 1; \ldots; n-1; n; n+1; \ldots).\Delta t,$

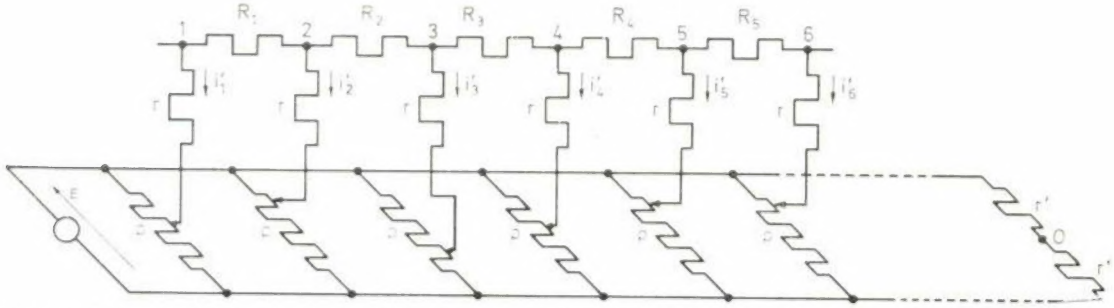


Fig. 12-10 — Análogo eléctrico para um problema de transmissão de calor a uma dimensão, para resolução considerando sucessivos instantes de tempo e ajuste em cada uma das correntes i'. As resistências r, os potenciómetros ρ, e a fonte de tensão (contínua ou alternada de amplitude constante) destinam-se a obter as correntes i' que simulam as correntes nos condensadores segundo um análogo do tipo da de fig. 12-4. Para referência das tensões dos nós, poderá adoptar-se, por exemplo o nó O, obtido de forma indicada na figura.

ajustando a corrente i_i^n injectada num nó i no instante n Δt pela relação

$$6)\quad i_i^n = C_i\,(u_i^n - u_i^{n-1}),$$

ou outra semelhante, sendo C_i a «capacidade» que, no modelo com resistências e capacidades, seria ligada no nó i.

A vantagem deste tipo de analogia é usar apenas resistências, sendo o análogo construtivamente mais simples. Em contrapartida, há necessidade de ajuste das correntes e, por vezes, de considerar um número de instantes n Δt muito elevado, o que torna o método moroso, se não for parcialmente automatizado. Há calculadores baseados neste método em que é efectuado automàticamente o ajuste das correntes i_i^n (1).

(1) Um exemplo de calculador deste tipo é tratado por J. I. Missen e D. W. Stops no artigo The solution of heat transfer problems by automated Liebmann networks, Proceedings of the International Association for Analog Computation, Vol. XI, n.º 1, de Janeiro de 1969.

BIBLIOGRAFIA

1) Portela, Carlos — Introdução ao Cálculo Analógico — Técnica, 1968

2) Portela, Carlos — Aplicação do Método das Analogias Eléctricas ao Estudo de Alguns Problemas Relativos ao Campo Magnético das Máquinas Eléctricas, 1960

3) Portela, Carlos — Dois calculadores Analógicos de Engrenagens, Técnica, 1967

4) Portela, Carlos — Justificação e Possibilidades de Aplicação do Analisador de Redes que a Companhia Nacional de Electricidade está a construir, Electricidade, 1961

5) Portela, Carlos — Breve Notícia sobre o Analisador de Redes da Companhia Nacional de Electricidade Técnica, 1963

6) Annales de l'Association Internationale pour le Calcul Analogique

7) Karplus — Analog simulation, 1958

8) Mac Neal — Electric Circuit Analogies for Elastic Structures, 1962

9) Kron, Gabriel — Diakoptics, 1963

As publicações 6) 7) e 8) indicam numerosa bibliografia.

C. D. U. 621.311.5/91

ELEMENTOS SOBRE A PRODUÇÃO E O CONSUMO DE ENERGIA NA REDE ELÉCTRICA NACIONAL (*)

I — Breve nota mensal

As afluências ao conjunto do sistema produtor atingiram cerca de 1186 GWh, valor que tem uma probabilidade de ser excedida da ordem dos 25 % e a que corresponde um coeficiente de produtibilidade hidroeléctrica de 1,33.

As afluências registadas desde o início do ano hidrológico (trimestre Novembro-Janeiro) têm uma probabilidade de serem excedidas da ordem dos 27 %.

Para efeito da continuação de um regime de afluências favorável, durante o mês de Janeiro o armazenamento no conjunto das albufeiras registou um acréscimo de 419 GWh, vindo a atingir no fim do mês cerca de 1592 GWh, valor que corresponde a 75 % do armazenamento máximo possível.

II — Elementos gerais (GWh)

	a) Mensais 1967	a) Mensais 1968	Variação %
Produção hidráulica (P_h)	371,7	590,5	+ 59
Produção térmica (P_t)	98,1	17,5	— 82
Produção total (P_T)	469,8	608,0	+ 29
Energia recebida de empresas não pertencentes ao RNC (E_r)	1,1	5,6	+409
Exportações (Ex)	1,4	2,6	— 86
Importações (I)	48,3	4,0	— 92
Saldo importador (S_I)	+46,9	+1,4	— 97
Cons. em bomb. hidroelé. (C_b) (1)	0,0	29,9	—
Produção para consumos perman. (P_{cp})	501,1	532,3	(1) + 6,2
Produção para consumos não perman. (P_{cnp})	16,7	52,8	+216
Total	517,8	615,0	+ 19
Coeficiente de hidraulicidade	0,34	1,33	—

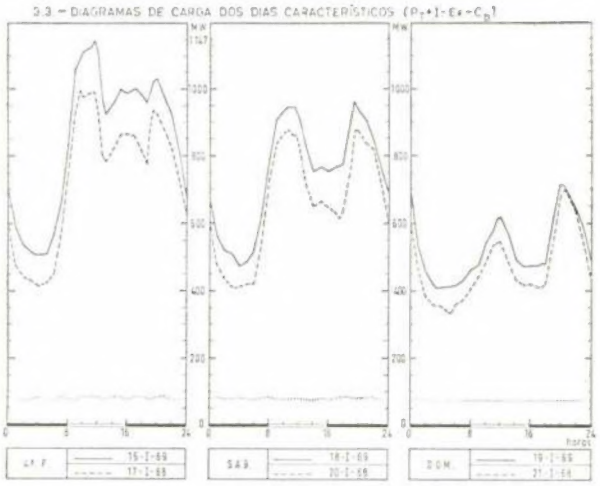
NOTA:

(1) O aumento percentual da produção para consumos permanentes, tendo em conta a incidência dos domingos e dias especiais é 6,3.

III — Diagramas de carga dos dias característicos

			4.ª feira: 1967	4.ª feira: 1968
Produção hidráulica		(P_h) MWh	12 001	20 961
Produção térmica		(P_t) MWh	3 882	1 350
Produção total		(P_T) MWh	15 883	22 311
Trocas com Espanha	Export.	(Ex) MWh	52	110
	Import.	(I) MWh	2275	70
Cons. em bomb. hidroel.		(C_b) MWh	0	1 390
Prod. p.ª cons. perm.		(P_{cp}) MWh	17 506	19 025
Prod. p.ª cons. não perm.		(P_{cnp}) MWh	600	1 856
TOTAL		$P_T + (-Ex)$ MWh	18 106	20 881
Características dos diagramas	$P_T + (I-Ex)$	Potência máx. MW	1 000	1 147
		Potência mín. MW	414	509
		Utiliz. da ponta horas	18,1	18,2
		Factor de carga	0,75	0,76
	P_{cp}	Potência máx. MW	975	1061
		Potência mín. MW	389	426
		Utiliz. da ponta horas	18,0	17,9
		Factor de carga	0,75	0,75

JANEIRO



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês GWh	No fim do mês % (1)
Alto Rabagão	368,9	37,9
Paradela	125,1	56,2
Venda Nova	109,8	85,8
Salamonde	14,8	53,6
Caniçada	14,3	43,2
Vilar	59,1	58,7
Cabril	277,7	81,8
Castelo do Bode	96,5	59,2
Guilhofrei	7,6	91,6
Lagoa Comprida	34,4 (2)	92,9
Santa Luzia	45,5	73,9
Pracana	11,3	87,6
Póvoa	8,7 (3)	65,4
Total — com A. Rabagão	1173,7	55,3
Total — sem A. Rabagão	804,8	70,0

NOTAS

(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 1,9 GWh armazenados em Vale do Rossim no início do mês e 2,4 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 1,9 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês e 2,7 GWh no fim do mês.

(*) *Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.). As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País.*

C. D. U. 539.31 : 519.34
519.34
551.434

ANÁLISE ELÁSTICA DE VALES E TALUDES

por E. R. DE ARANTES E OLIVEIRA
Engenheiro Especialista do L.N.E.C.

RESUMO

Assimila-se a crusta terrestre a um semi-espaço elástico onde se instalam estados planos de deformação. Formula-se assim um problema de elasticidade plana relativo a um semi-plano indefinido.

Considera-se a resolução deste problema por dois métodos numéricos, o método dos elementos finitos e um método integral, e comparam-se os resultados obtidos para um caso concreto, o da determinação das tensões num estrato argiloso que ocorre no talude das Portas do Sol em Santarém.

SYNOPSIS

By identifying the earth crust with an elastic half-space subjected to a plane state of strain, the elastic analysis of valleys and slopes can be converted into a plane elasticity problem defined on a half-plane.

The author discusses the solution of this problem by two numerical methods, the finite element method and an integral method, and compares the results yielded by both when applied to an actual case: the analysis of stresses in a clay layer which occurs at the Portas do Sol slope in Santarém.

1 — DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Consagra-se o presente trabalho à determinação de tensões originadas pela abertura de vales na crustra terrestre.

Não se discute a legitimidade do modelo matemático que servirá para o cálculo dessas tensões: não se fará mais que apresentar e comparar dois métodos numéricos aproximados para a resolução de um problema de elasticidade plana que se admite, sem apresentar justificação, como representação razoável da realidade.

Assimila-se a crustra terrestre a um semi-espaço elástico em que se instalam estados planos de deformação. Reduz-se assim o problema, que em rigor é tridimensional, a um problema bidimensional relativo a um semi-plano indefinido homogéneo e isótropo.

Considere-se um sistema cartesiano de eixos ortogonais e suponha-se que o semi-plano corresponde a $x_2 > 0$ (fig. 1).

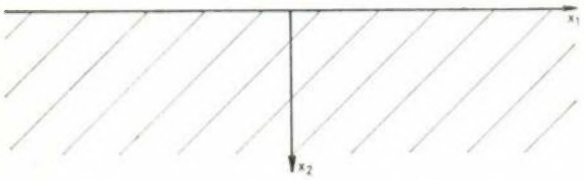


Fig. 1

O campo de tensões instalado deve equilibrar as forças exteriores. Não contando com as reacções aplicadas no infinito, essas forças são ùnicamente as devidas à acção da gravidade. Resumem-se assim a forças de massa de densidade

$$\vec{X} = \gamma \vec{i_2} \qquad (2)$$

sendo γ o peso específico do material e $\vec{i_2}$ o versor associado com o eixo Ox_2.

Supondo que a fronteira do semi-plano se encontra livre de tensões, e atendendo a que, em virtude da simetria elástica e geométrica, o campo de tensões instalado não deve depender de x_1, a forma analítica mais geral que as componentes de tensão podem apresentar, sem que se viole nem o equilíbrio nem a compatibilidade, é

$$\sigma_{11} = a\,x_2 + b \qquad (3)$$

$$\sigma_{22} = -\gamma x_2 \qquad (4)$$

$$\sigma_{12} = 0 \qquad (5)$$

a e b são constantes cujo valor não poderá ser determinado sem formular hipóteses de ordem geológica. Considerações deste tipo permitem admitir como razoável uma tensão σ_{11} proporcional a σ_{22}, isto é, tomar $b = 0$. Fazendo $a = -\alpha\gamma$ vem pois

$$\sigma_{11} = \alpha\,\gamma_{22} \qquad (6)$$

No caso de um líquido, α seria igual à unidade. A experiência mostra que o valor de α é em

regra mais baixo, da ordem do coeficiente de Poisson.

Ao abrir-se um vale de perfil ABCD (fig. 2), o campo de tensões inicial é perturbado na respectiva vizinhança, já que o troço ABCD fica livre de tensões aplicadas.

Fig. 2

Para determinar o novo campo de tensões, pode-se raciocinar da seguinte maneira:

Considere-se novamente o semi-plano indefinido e calculem-se as componentes σ_1 e σ_2, relativas aos eixos coordenados, das tensões aplicadas ao longo de um troço de linha, ABCD, correspondente ao perfil do vale (fig. 3). Sendo φ o ângulo da normal à linha com o eixo Ox_1, tem-se:

$$\sigma_1 = \sigma_{11} \cos \varphi - \sigma_{12} \operatorname{sen} \varphi \qquad (7)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{22} \operatorname{sen} \varphi - \sigma_{12} \cos \varphi \qquad (8)$$

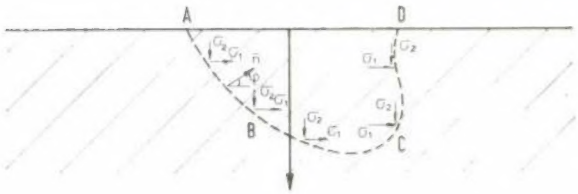


Fig. 3

Seja agora o semi-plano com o entalhe correspondente ao vale (fig. 2). O campo perturbador é o que se desenvolve neste domínio se se aplicarem no troço ABCD, como forças exteriores, tensões de componentes iguais e de sinal contrário às definidas por (7) e (8), mantendo-se nulas as tensões em pontos situados a distância infinita do entalhe (fig. 4).

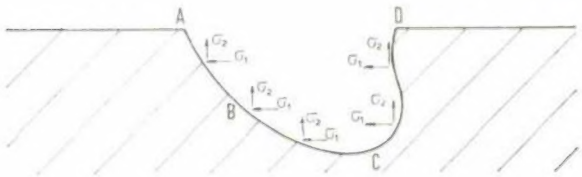


Fig. 4

Com efeito, se se sobrepuser o campo elástico correspondente a estas forças ao instalado inicialmente no semi-plano, obtém-se um campo elástico equilibrado pelas forças de massa definidas pela equação (1), ficando livre de tensões o perfil do vale e a fronteira do semi-plano para um e outro lado do entalhe.

Por outro lado, as tensões aplicadas no infinito não são afectadas pela abertura do vale, já que as do campo perturbador tendem a anular-se.

O problema elástico que este trabalho se propõe resolver é o da determinação do campo perturbador.

Tal problema não tem resolução formal conhecida para um perfil de vale inteiramente arbitrário.

A análise do campo elástico introduzido por uma força concentrada na fronteira do semi-plano indefinido (problema de Flamant) revelar-se-á contudo da maior utilidade.

Por esta razão se lhe dedica o próximo parágrafo.

2 — O PROBLEMA DE FLAMANT

Considere-se um sistema de forças paralelas, com resultante $\vec{F}$, distribuídas numa região do semi-plano indefinido a que pertença um ponto P da fronteira, e suponha-se que a região se contrai progressivamente até se reduzir ao ponto P, mantendo-se porém constante a intensidade da força.

No limite tem-se uma força concentrada $\vec{F}$ actuando na fronteira do semi-plano (fig. 5). O problema de Flamant consiste na determinação do campo elástico correspondente e este limite.

Fig. 5

Uma primeira observação a fazer é a de que, podem obter-se forças concentradas actuando no plano indefinido, como limites de processos diferentes do que foi descrito. É por exemplo o caso de um entalhe semicircular de raio R, praticado na fronteira do semi-plano, nos bordos do qual

se distribuem uniformemente forças radiais de resultante $\vec{F}$ (fig. 6). Supondo que R tende para zero, mantendo-se $\vec{F}$ constante e uniforme a distribuição, encontra-se no limite outro campo que só a uma distância infinita do entalhe se confunde com o de Flamant, tanto no que se refere a tensões como a deslocamentos.

Fig. 6

Uma segunda observação é que o problema não fica perfeitamente definido desde que não se introduza a condição de que as tensões se anulam a uma distância infinita do ponto de aplicação da força.

Na realidade a fronteira total do domínio não é só a recta $x_2 = 0$, que normalmente recebe o nome de fronteira, mas também a fronteira no infinito. A força $\vec{F}$ é equilibrada por forças aplicadas nessa fronteira, e é importante reconhecer que as componentes da densidade de distribuição destas forças, isto é, as tensões aplicadas no infinito, podem ser nulas, mesmo que a resultante o não seja.

Não interessa discutir em pormenor o problema de Flamant. Basta saber que as expressões das tensões e dos deslocamentos são as seguintes:

$$\sigma_{rr} = -\frac{2F}{\pi}\frac{\cos(\theta-\theta_0)}{r} \tag{9}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = 0 \tag{10}$$

$$u_r = -\frac{2F}{\pi}\cos(\theta-\theta_0)\log\frac{r}{r_0} - \frac{1-\mu}{\pi E}F(\theta-\theta_0)\,\mathrm{sen}\,(\theta-\theta_0) \tag{11}$$

$$u_\theta = \frac{2\mu F}{\pi E}\,\mathrm{sen}\,(\theta-\theta_0) + \frac{2F}{\pi E}\log\frac{r}{r_0}\,\mathrm{sen}\,(\theta-\theta_0) - \frac{1-\mu}{\pi E}F(\theta-\theta_0)\cos(\theta-\theta_0) + \frac{1-\mu}{\pi E}F\,\mathrm{sen}\,(\theta-\theta_0) \tag{12}$$

A fig. 7 define as grandezas que intervêm nestas fórmulas.

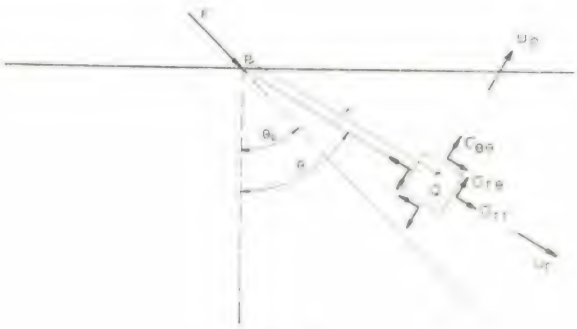


Fig. 7

O campo de deslocamentos definido pelas expressões (11) e (12) é distorsional, e não poderia portanto aparecer como solução no caso de o problema dizer respeito ao plano indefinido total, e não só a um sector do plano.

Vê-se que só as tensões radiais são diferentes de zero. Esta propriedade é característica dos campos gerados por forças actuando no vértice de cunhas (o semi-plano é uma cunha cujo ângulo é de 180°), e uma distribuição de tensões que a apresente diz-se distribuição radial simples.

Outra propriedade interessante consiste em o campo elástico não depender da orientação da fronteira do plano mas sòmente da da força, o que se conclui por as grandezas dependerem de θ através de $\theta-\theta_0$.

O ponto P é um ponto singular do campo: tensões e deslocamentos apresentam nesse ponto valores infinitos. Fora desse ponto, o andamento das tensões radiais é perfeitamente razoável: decrescem ao longo dos raios vectores, até que se anulam no infinito.

Já a variação dos deslocamentos é paradoxal e merece um comentário mais atento. É que a função log r, de que dependem linearmente as componentes, se torna infinita não só para $r = 0$ como para $r = \infty$.

Esta particularidade poderá parecer estranha, especialmente se se atender a que no problema de Boussinesq, isto é, no do semi-espaço (tridimensional) solicitado por uma força concentrada, tanto tensões como deslocamentos se anulam no infinito.

Não convém porém esquecer que os problemas de deformações planas são na realidade problemas tridimensionais em que as forças actuam

desde $x_3 = -\infty$ a $x_3 = +\infty$ (fig. 8). A força F é sòmente a que aplica na porção do semi-espaço compreendida entre dois planos perpendiculares a x_3 e distanciados de uma unidade. A força total aplicada é portanto infinita, e isso explica que se obtenham no infinito condições diferentes das do problema de Boussinesq. É evidente que tais condições não se apresentam na Natureza.

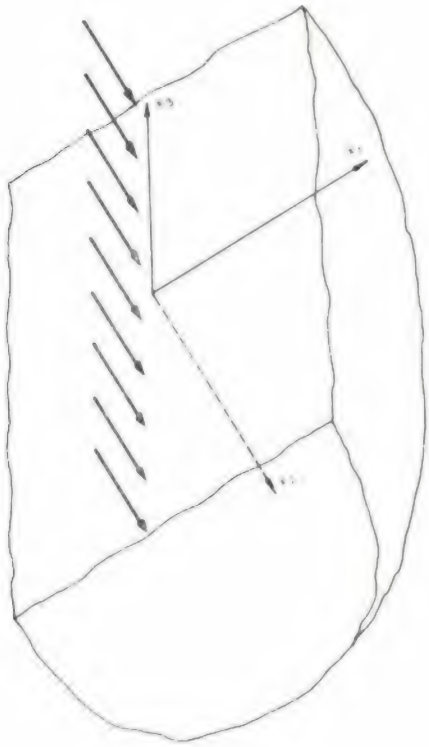


Fig. 8

Uma consequência prática é a de que, enquanto no problema de Boussinesq está indicado eliminar os deslocamentos de corpo rígido atribuindo o valor zero aos deslocamentos no infinito, no problema de Flamant há que fixar arbitràriamente a origem dos deslocamentos.

As fórmulas (11) e (12) foram assim escritas na hipótese de os deslocamentos radiais se anularem em um ponto situado sobre a recta de acção da força a uma distância r_0 do seu ponto de aplicação, a qual é perfeitamente arbitrária. A rotação do semi-plano foi porém escolhida de maneira que os pontos colocados sobre a recta de acção da força permanecem sobre a mesma recta após a deformação.

É interessante notar que, para $\theta - \theta_0 = \pm \pi_2$,

$$u_r = \mp \frac{1-\pi}{2E} F$$

Quer dizer: os pontos situados sobre a recta que passa por P e é perpendicular à direcção da força têm deslocamento radial constante para a direita de P e para a esquerda de P, desde $r = 0$ a $r = \infty$. Em P, o deslocamento radial sofre uma discontinuidade: mantém-se o valor absoluto, mas altera-se o sinal, de forma que todos os pontos tendem a aproximar-se de P.

No problema que se pretende resolver, as forças que actuam no entalhe têm uma resultante $\vec{R}$ diferente de zero, igual ao peso do material eliminado. A uma distância do entalhe suficientemente grande, em comparação com as dimensões deste, o campo perturbador confunde-se com o campo gerado por uma força concentrada $\vec{R}$ actuando no semi-plano indefinido (fig. 9).

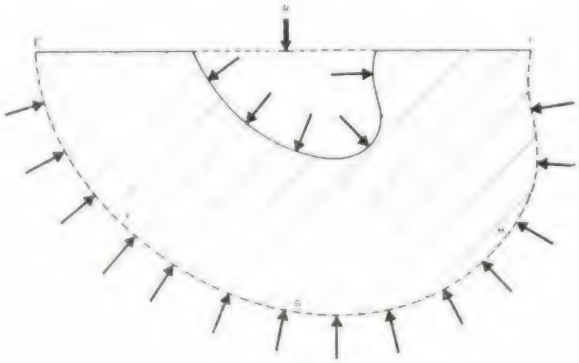


Fig. 9

O comportamento dos deslocamentos e das tensões a essa distância é assim o mesmo que no caso do problema de Flamant.

Isto permite reduzir o problema, que foi definido para um domínio infinito, a um de domínio finito.

Basta supor o domínio semi-infinito cortado ao longo de uma linha EFGHI (fig. 9). A acção da parte do semi-plano exterior a essa linha pode ser substituída, de acordo com a hipótese fundamental admitida na Teoria da Elasticidade, por forças actuando ao longo de EFGHI.

Essas forças poderiam ser determinadas com toda a facilidade desde que se conhecesse o campo de tensões instalado no domínio com entalhe. Na prática, não se conhece, pois são justamente essas tensões que se deseja determinar.

Sabe-se porém que, se a fronteira EFGHI estiver suficientemente afastada do entalhe, a distribuição de tensões se confunde com a devida à força $\vec{R}$ suposta concentrada na fronteira de semi-plano. Isto permite estabelecer condições de fronteira ao longo de EFGHI, definindo-se assim o problema para um domínio finito.

Em vez de tensões, podem fixar-se deslocamentos. Esses deslocamentos poderão ser também os determinados no problema de Flamant.

3 — MÉTODOS NUMÉRICOS NA ELASTICIDADE PLANA

Chegou a altura de se indicar quais os métodos numéricos de que se dispõe para a resolução de problemas de elasticidade plana. Supõem-se nulas as forças da massa.

Trata-se portanto de determinar soluções numéricas aproximadas para o seguinte conjunto de equações de campo:

equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \sigma_{11,1} + \sigma_{21,2} + X_1 = 0 \\ \sigma_{12,1} + \sigma_{22,2} + X_2 = 0 \end{cases}$$

relações deformações-deslocamentos:

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = u_{1,1} \\ \varepsilon_{22} = u_{2,2} \\ \varepsilon_{12} = {}^1/_2\,(u_{1,2} + u_{2,1}) \end{cases}$$

relações tensões-deformações (deformações planas, meios isótropos):

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \dfrac{E}{(1+\nu)\,(1-2\,\nu)}\,[(1-\nu)\,\varepsilon_{11} - \nu\,\varepsilon_{22}] \\ \sigma_{22} = \dfrac{E}{(1+\nu)\,(1-2\,\nu)}\,[(1-\nu)\,\varepsilon_{22} - \nu\,\varepsilon_{11}] \\ \sigma_{12} = \dfrac{E}{1+\nu}\,\varepsilon_{12} \end{cases}$$

Estas equações de campo devem verificar duas condições por ponto da fronteira, as quais podem envolver tensões ou deslocamentos. Tem-se assim o primeiro ou o segundo problemas fundamentais da elasticidade plana.

Dispõe-se de três espécies de métodos aproximados para resolver este problema: o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos e os métodos integrais.

Nos dois primeiros, a análise numérica começa antes da integração das equações de campo. Nos últimos, a análise numérica parte de integrais gerais das equações de campo que se particularizam para as condições de fronteira do problema, as quais só aproximadamente são satisfeitas.

Em qualquer caso, o fim a atingir é discretizar o problema contínuo, isto é, fazê-lo depender de um número finito de parâmetros cuja determinação se faz resolvendo um sistema de equações lineares.

Não se considera neste trabalho o método das diferenças finitas. Trata-se de um método que parece substituído com vantagens pelo método dos elementos finitos, mais fácil de automatizar e susceptível de interpretações físicas mais directas.

O parágrafo seguinte dedicar-se-á à exposição do método dos elementos finitos aplicado à elasticidade plana.

Focar-se-ão depois os métodos integrais e mostrar-se-á como podem ser especialmente adaptados para o tratamento do problema dos vales e taludes.

4 — MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Considere-se o domínio D, bidimensional, para o qual se define um determinado problema de elasticidade plana. Suponhamos este domínio dividido em um número finito de subdomínios e, dentro de cada subdomínio, famílias de campos dependentes de um número finito de parâmetros.

Um elemento finito é cada um destes subdomínios juntamente com a família dos campos nele admissíveis. Qualquer campo desta família é uma combinação linear com coeficientes q_i^e de um número finito de modos fundamentais de deformação. Cada campo da família corresponde a atribuir valores particulares aos parâmetros q_i^e.

Para parâmetros, são em regra escolhidas as componentes de deslocamento em pontos situados nas fronteiras dos elementos, os quais se dizem nós ou pontos nodais. Os deslocamentos nodais são os deslocamentos generalizados.

O tipo de um dado elemento depende da sua forma genérica, da especificação dos seus pontos nodais e dos campos admissíveis, que se definem

analìticamente exprimindo o campo de deslocamentos, $\vec{u}$, em termos dos parâmetros q_i^e. Sendo **u** o vector das componentes de deslocamento e **q** o vector dos parâmetros, vem:

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}\,(x_1, x_2)\,\mathbf{q} \tag{17}$$

Os elementos normalmente utilizados são triangulares ou quadrangulares. Destes últimos só os rectangulares serão considerados neste trabalho.

O tipo de elemento triangular mais frequentemente empregado caracteriza-se por se tomarem os vértices para nós e por se supor linear a variação dos deslocamentos:

$$\begin{cases} u_1 = A_{10} + A_{11}\,x_1 + A_{12}\,x_2 \\ u_2 = A_{20} + A_{21}\,x_1 + A_{22}\,x_2 \end{cases} \tag{18}$$

A matriz **f** da equação (17) pode ser determinada a partir da equação (18). Com efeito, designando por I, II e III os vértices do triângulo, e por x_1^I, x_2^I, ... as respectivas coordenadas (fig. 10), vem:

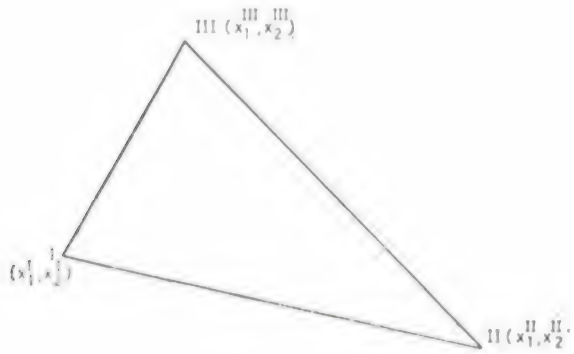


Fig. 10

$$\begin{cases} u_1^I = A_{10} + A_{11}\,x_1^I + A_{12}\,x_2^I \\ u_2^I = A_{20} + A_{21}\,x_1^I + A_{22}\,x_2^I \end{cases} \tag{19}$$

Em virtude de ser

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} u_1^I \\ u_2^I \\ u_1^{II} \\ \vdots \end{Bmatrix} \tag{20}$$

vem, mais compactamente,

$$\mathbf{q} = \mathbf{M}\,\mathbf{A} \tag{21}$$

em que:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^I & x_2^I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1^I & x_2^I \\ 1 & x_1^{II} & x_2^{II} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1^{II} & x_2^{II} \\ 1 & x_1^{III} & x_2^{III} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1^{III} & x_2^{III} \end{bmatrix} \tag{22}$$

e

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} A_{10} \\ A_{11} \\ A_{12} \\ A_{20} \\ A_{21} \\ A_{22} \end{Bmatrix} \tag{23}$$

A matriz **M** é uma matriz quadrada não-singular (desde que os vértices do triângulo não sejam colineares). Poder-se-á portanto explicitar **A** em função de **q**:

$$\mathbf{A} = \mathbf{M}^{-1}\,\mathbf{q} \tag{24}$$

Por outro lado, a equação (12) pode tomar a seguinte forma matricial

$$\mathbf{u} = \mathbf{X}\,\mathbf{A} \tag{25}$$

sendo

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & x_2 \end{bmatrix} \tag{26}$$

Introduza-se (24) em (25). Resulta:

$$\mathbf{u} = \mathbf{X}\,\mathbf{M}^{-1}\,\mathbf{q} \tag{27}$$

Comparando (27) com (17) conclui-se finalmente:

$$\mathbf{f} = \mathbf{X}\,\mathbf{M}^{-1} \tag{28}$$

Para os elementos rectangulares é frequente utilizar-se a distribuição de deslocamentos

$$\begin{cases} u_1 = A_{10} + A_{11} x_1 + A_{12} x_2 + A_{13} x_1 x_2 \\ u_2 = A_{20} + A_{21} x_1 + A_{22} x_2 + A_{23} x_1 x_2 \end{cases}$$

Os diferentes elementos são compatibilizados por condições reduzidas de compatibilidade. Estas impõem a continuidade das componentes de deslocamento em nós coincidentes de elementos adjacentes.

Supondo que os lados dos rectângulos são paralelos aos eixos coordenados, conclui-se das expressões (29) que permanecem rectos após a deformação. O mesmo acontece com os lados dos triângulos.

Nestas condições, as distribuições de deslocamentos (18) e (29) têm a vantagem de permitir que os lados coincidentes de elementos adjacentes se mantenham colados após a deformação, isto é, que as condições reduzidas de compatibilidade sejam suficientes para garantir a continuidade dos deslocamentos em todo o domínio, e, portanto, a compatibilidade.

A energia de deformação E^e de um elemento pode ser determinada considerando a equação (17).

Com efeito, se as relações deformações-deslocamentos (15) tomarem a forma simbólica

$$\mathbf{e} = \mathbf{D}\,\mathbf{u} \tag{30}$$

em que $\mathbf{D}$ é um operador diferencial e

$$\mathbf{e} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\,\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \tag{31}$$

e as relações tensões-deformações (16) a forma

$$\mathbf{s} = \mathbf{H}\,\mathbf{e} \tag{32}$$

em que

$$\mathbf{s} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \tag{33}$$

sendo $\mathbf{H}$ uma matriz simétrica, vem, para expressão de densidade da energia de deformação:

$$W = {}^1/_2\, \mathbf{s}^T \mathbf{e} = {}^1/_2\, \mathbf{e}^T \mathbf{H}\, \mathbf{e} = {}^1/_2\, (\mathbf{D}\,\mathbf{u})^T \mathbf{H}\, (\mathbf{D}\,\mathbf{u}) =$$

$$= {}^1/_2\, \mathbf{q}^{e^T} (\mathbf{D}\,\mathbf{f})^T \mathbf{H}\, (\mathbf{D}\,\mathbf{f})\, \mathbf{q}^e \tag{34}$$

Logo

$$E^e = \int_{S^e} W\, dS = {}^1/_2\, \mathbf{q}^{e^T} \mathbf{K}^e\, \mathbf{q}^e \tag{35}$$

em que

$$\mathbf{K}^e = \int_{S^e} (\mathbf{D}\,\mathbf{f})^T \mathbf{H}\, (\mathbf{D}\,\mathbf{f})\, dS \tag{36}$$

A matriz $\mathbf{K}^e$ diz-se matriz de rigidez do elemento e.

Recorde-se agora o teorema da energia potencial total mínima que estabelece que a solução exacta do problema elástico é, de todas as soluções compatíveis, a que torna mínima a energia potencial total, P.

Compreende-se que a solução aproximada gerada pelos métodos dos elementos finitos seja a que minimiza P, não na classe de todas as soluções compatíveis, mas sòmente na dos campos admissíveis.

A energia potencial total é a soma da energia de deformação com a energia potencial das forças exteriores:

$$P = E + P_f \tag{37}$$

Tem-se

$$E = \Sigma\, E^e = {}^1/_2\, \Sigma\, \mathbf{q}^{e^T} \mathbf{K}^e\, \mathbf{q}^e \tag{38}$$

e, em virtude de serem nulas as forças de massa,

$$P_f = -\int_{c_1} \bar{\mathbf{p}}^T \mathbf{u}\, dc \tag{38}$$

em que $\bar{\mathbf{p}}$ representa as forças exteriores actuando na porção c_1 da fronteira do corpo (onde foram fixadas tensões). O traço superior indica tratar-se de uma grandeza fixada.

Tem-se pois:

$$P_f = -\sum_e \int_{c^e} \bar{\mathbf{p}}^T \mathbf{u}\, dc = -\sum_e \int_{c^e} \bar{\mathbf{p}}^T \mathbf{f}\, dc\, \mathbf{q}^e \tag{39}$$

Neste somatório serão diferentes de zero sòmente os termos correspondentes aos elementos que tiverem pontos na porção c_1 da fronteira.

Diz-se vector das forças generalizadas actuando no elemento e o vector

$$\mathbf{Q}^e = \int_{c^e} \bar{\mathbf{p}}^T \mathbf{f}\, dc \tag{40}$$

A energia potencial das forças exteriores pode pois tomar a forma:

$$P_f = \sum_e \bar{Q}^{e^T} q^e \qquad (41)$$

A expressão de P é assim:

$$P = \sum_e \left[\tfrac{1}{2} q^{e^T} K^e q^e - \bar{Q}^{e^T} q^e \right] \qquad (42)$$

Em virtude das condições reduzidas de compatibilidade, os vectores q^e não são todos independentes: os deslocamentos dos vértices coincidentes de um grupo de elementos adjacentes têm de ser iguais.

Diz-se nó do sistema de elementos um ponto que seja nó de um ou mais elementos. Os deslocamentos nodais do sistema são componentes de deslocamento desses pontos. Seja q o respectivo vector.

As condições reduzidas de compatibilidade são expressas por relações lineares entre os vectores q^e e o vector q:

$$q^e = T^e q \qquad (43)$$

Substituindo em (42), vem:

$$P = \tfrac{1}{2} q^T K q - \bar{Q}^T q \qquad (44)$$

em que

$$K = \sum_e T^{e^T} K^e T^e \qquad (45)$$

$$Q = \sum_e T^{e^T} \bar{Q}^e \qquad (46)$$

Como se disse, a aproximação introduzida pelo método dos elementos finitos consiste em minimizar a energia potencial total, não na classe de todas as soluções compatíveis, mas na dos campos admissíveis, definidos pelas matrizes f^e e pelas relações (43).

Dado que os elementos do vector q são todos independentes, as condições de estacionaridade podem ser determinadas diferenciando sucessivamente a equação (44) em ordem a todos os elementos de q e igualando a zero. Resulta a equação matricial:

$$K q = \bar{Q} \qquad (47)$$

No caso de os deslocamentos nodais fixados serem em número suficiente para eliminar os deslocamentos rígidos, tornando o vector q determinado, podem-se extrair da equação (47) os deslocamentos nodais desconhecidos.

Os campos de deslocamentos no interior de cada elemento podem determinar-se a partir do vector q, associando as equações (43) e (17). Vem:

$$u = f\, T^e q^e \qquad \text{no elemento e.} \qquad (48)$$

Conhecido o campo de deslocamentos, podem determinar-se as tensões por:

$$s = H\, D\, u \qquad (49)$$

Tal é na sua essência o método dos elementos finitos.

É importante assinalar que as constantes elásticas podem variar de elemento para elemento, pelo que podem ser tratados, com toda a facilidade, meios heterogéneos.

5 — MÉTODOS INTEGRAIS

Podem incluir-se nos métodos integrais os métodos baseados na resolução de equações integrais e na representação conforme do domínio num círculo de raio unitário.

O método que vai ser apresentado é de natureza diferente e tem sido descrito em vários trabalhos [1].

Os métodos integrais, conforme se afirmou, caracterizam-se por conduzirem a soluções que satisfazem exactamente as equações de campo e baseiam-se no princípio da sobreposição, tomando como solução do problema uma combinação linear de N soluções elementares, linearmente independentes, das equações de campo, multiplicadas por coeficientes que são determinados obrigando a solução a verificar N condições em diferentes pontos da fronteira.

É-se assim naturalmente levado a um sistema de equações lineares. Contudo, enquanto no método dos elementos finitos as incógnitas (os deslocamentos nodais) são pontos localizados tanto na fronteira como no interior do domínio, nos métodos integrais a ordem do sistema é

COMPANHIA PORTUGUESA DE TREFILARIA, S. A. R. L.

trefilaço

A40
σ 0,2 = 40 kgf/mm²

MALHASOL

A50
σ 0,2 = 50 kgf/mm²

AÇO
BI

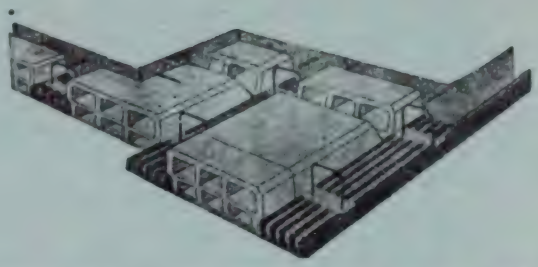
A68
σ 0,2 = 68 kgf/mm²

AÇOS DE ALTA RESISTÊNCIA
PARA BETÃO ARMADO

DIAL — GABINETE TÉCNICO
R. DO INSTITUTO INDUSTRIAL, 18-1.º Dt.º
TELEFONES 67 12 24/5 e 67 37 85 - LISBOA

PRÉ - ESFORÇADOS CERÂMICOS

PATIAL
patente stahlton



PAVIMENTOS, TECTOS, FORROS, COBERTURAS, ASNAS, SILOS

CERVAL
CERÂMICA VALE DE LOBOS, L.DA

R. JOAQUIM A. AGUIAR, 41, 5.º-D.-LISBOA-TEL. 53 11 38/9/0

PRISMA

ARMADURAS
PRÉ-FABRICADAS
EM TODOS
OS TIPOS DE AÇO
PARA BETÃO

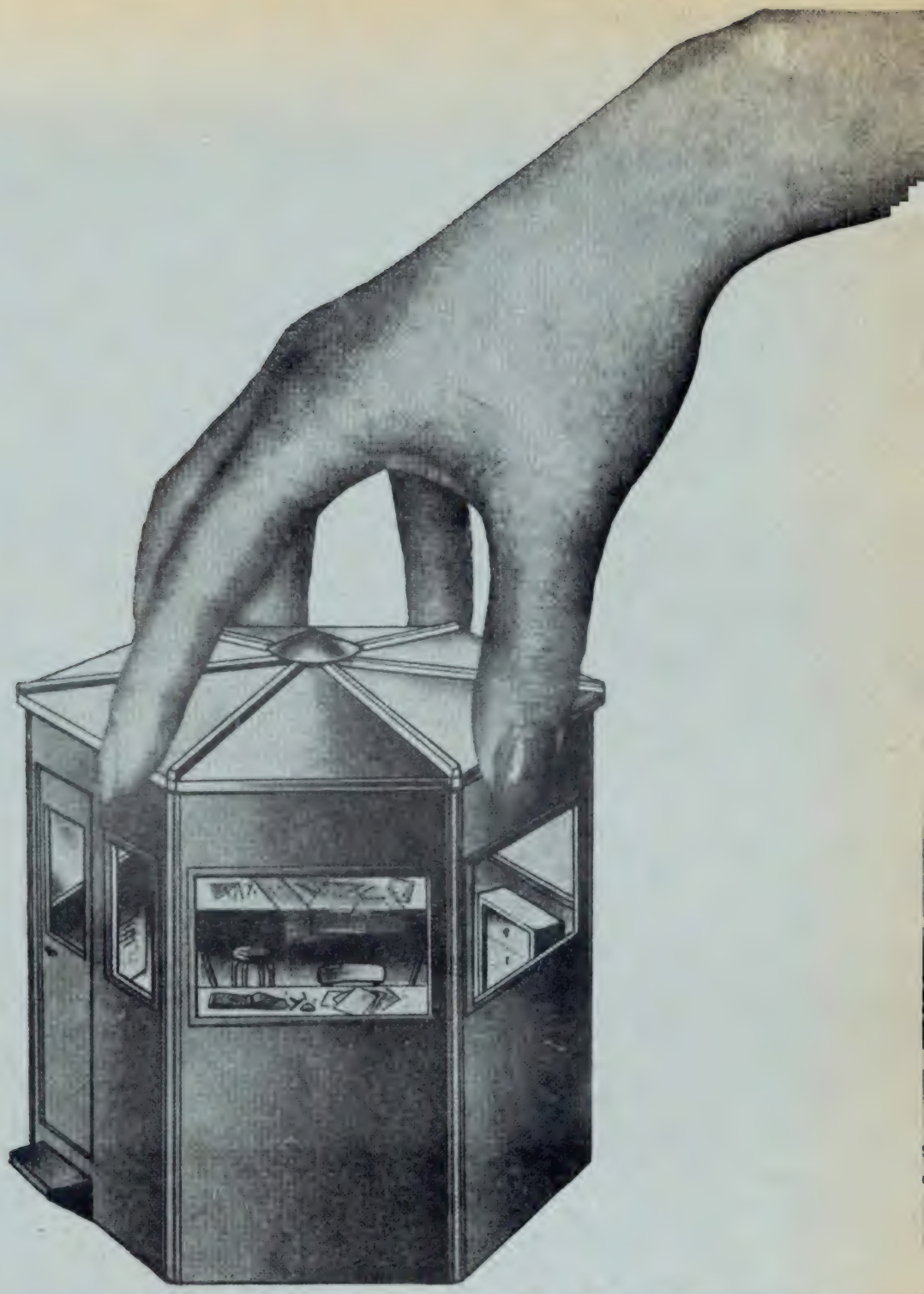
AÇO A 24
AÇO A 40
AÇO A 50
AÇO A 68

PRISMA - Armaduras para Betão, SARL
Rua D. Luís I, 20 — LISBOA 2
Telef. 67 01 76

HIDREL
TÉCNICA DE HIDRÁULICA
E DE ELECTRICIDADE, LDA.

Grupos moto e electro-bomba
Grupos electro-bomba submersíveis
Grupos de eixo vertical «JOHNSTON»
Contadores para líquidos «LANGE»
Aparelhagem de medida «METRIMPEX»
Motores Eléctricos
Hidro-injectores
Válvulas e torneiras
Manómetros e Vacuómetros «HAENNI»
Rega por aspersão

ASSISTÊNCIA TÉCNICA
Rua do Alecrim, 47-A-B — Rua do Lumiar, 113
Telefs. 32 57 00 - 3 59 66 LISBOA Telef. 79 03 55



ESCRITÓRIOS MÓVEIS "RÉEL"

FABRICA PORTUGAL

RUA FEBO MONIZ, 20 — LISBOA-1

geralmente muito mais baixa, já que as incógnitas se referem sòmente aos pontos da fronteira.

Esta circunstância, que permite uma utilização mais eficiente de capacidade de memorização do computador, é compensada pelo facto de a matriz do sistema conter, no método dos elementos finitos, muitos elementos nulos, o que não acontece nos métodos integrais.

Se nos métodos integrais se considerar um número infinito de soluções elementares, o sistema de equações transforma-se numa equação integral. Tal acontece nos métodos de Miche--Massonnet e de Sherman-Lauricella.

No método que vai ser descrito isto não acontece.

Na realidade, embora uma equação integral seja muito útil na teoria, sê-lo-á muito menos na análise numérica, não só porque as passagens ao limite restringem frequentemente a generalidade dos métodos (a isso se deve por exemplo a dificuldade no tratamento de problemas mistos), mas também porque o rigor que introduzem é só aparente, já que raramente é possível determinar soluções formais destas equações.

A primeira característica do método que se apresenta é considerar um número finito de soluções elementares. A sua primeira vantagem, a capacidade para tratar problemas mistos.

Por outro lado, os métodos de Massonnet e Sherman não podem ser aplicados na resolução de problemas definidos para domínios mùltiplicamente conexos, pois a solução aproximada que constróem resulta da sobreposição de campos distorsionais, que são na realidade os correspondentes à distribuição radial simples.

As soluções elementares no método em questão correspondem a campos uniformes de deslocamentos, isto é, não são distorsionais, podendo o domínio ser mùltiplamente conexo.

O nosso método pode assim resolver os três problemas fundamentais para domínios simples ou mùltiplamente conexos.

Seja um domínio D, simples ou mùltiplamente conexo, e as correspondentes condições de fronteira. Deseja-se determinar o campo elástico no interior de D.

Suponha-se o domínio imerso no plano indefinido ou, mais precisamente, suponha-se que os contornos fechados que formam a fronteira são desenhados no plano indefinido.

Estes contornos limitam uma área R^+ do plano com a mesma forma que o domínio.

Seja R^- a área complementar e F a fronteira comum às duas áreas.

Considerem-se agora contornos auxiliares à volta de cada um dos contornos da fronteira efectiva. Os contornos auxiliares são exteriores a R^+ e seu conjunto forma a fronteira auxiliar **T**.

Considerem-se ainda forças auxiliares actuando no plano indefinido, distribuídas sobre **T**, de forma que as condições de fronteira do domínio D sejam reproduzidas em F. Se tal distribuição existir, o campo que ela gera na área R^+ é o campo procurado pois:

1 — verifica as equações de campo em todos os pontos (pois que as forças auxiliares se distribuem em R^-, de forma que R^+ fica livre de forças exteriores e singularidades).
2 — as condições de fronteira são verificadas na fronteira.

Assim, se puder ser determinada uma distribuição de forças em **T** tal que as condições de fronteira sejam reproduzidas em F, o campo em D fica conhecido, visto que sabemos sempre determinar, em qualquer ponto do plano indefinido, os efeitos de forças concentradas noutros pontos.

Existirá porém sempre uma distribuição em **T** de forças fictícias (forças auxiliares) que possam reproduzir em F as condições de fronteira de D? Se esta distribuição existir, será ela única? É fácil mostrar que a condição para a existência de tal distribuição é que o campo em D possa ser prolongado analìticamente para fora de F, de forma a estender-se a todos os pontos de R^+. Demonstra-se também que, se existir, será única.

Em geral, a prolongação analítica até grande distância da fronteira não é possível, pelo que há que empregar contornos auxiliares muito próximos dos contornos efectivos. O sistema de equações vem então, por outro lado, muito melhor condicionado. Em contrapartida a reprodução das condições de fronteira é fortemente influenciada pelo andamento poligonal da fronteira auxiliar e do diagrama das forças auxiliares.

A discretização pode obter-se desde que se considere a distribuição de forças na fronteira **T** como função de um número finito de parâmetros. Quando esse número tender para infinito, obter--se-á a verificação das condições de fronteira em todos os pontos desta. Na prática, só se pode

conseguir uma verificação das condições de fronteira em um número finito de pontos.

A distribuição de forças poderia ser definida de muitas maneiras. A mais simples parece consistir em tomar tantos pontos de cada contorno auxiliar (pontos auxiliares) quantos os pontos dados em cada contorno efectivo para os quais haja que respeitar as condições de fronteira. Seguidamente, não há mais que supor que a densidade de distribuição varia linearmente entre cada dois pontos e que o contorno auxiliar é poligonal com vértices nos mesmos pontos.

A distribuição depende assim de 2 N parâmetros, os N pares de componentes da densidade das forças auxiliares nos N pontos auxiliares.

Cada solução elementar refere-se ao valor unitário de cada uma das incógnitas, tomando o valor zero todas as restantes.

Há assim que resolver o seguinte problema elementar: determinar as tensões e deslocamentos em cada ponto do plano indefinido devidas a uma distribuição de forças paralelas, actuando em segmentos $\overline{AA''}$ e $\overline{AA'}$ com uma extremidade comum.

A distribuição supõe-se linear em ambos os segmentos, anulando-se a densidade em A' e A'' e tomando em A o valor zero.

Este problema elementar é fàcilmente resolvido, integrando os deslocamentos e tensões devidos a uma força concentrada actuando no plano indefinido.

O programa que foi preparado, de acordo com estes princípios, resolve os três problemas fundamentais para meios homogéneos e isótropos (poderiam ser anisótropos), domínios simples ou mùltiplamente conexos, finitos ou infinitos de 3.ª espécie, na ausência de forças de massa.

O programa pode ser utilizado de duas maneiras. Na primeira, são dadas condições de fronteira, e o computador calcula e imprime as componentes das densidades das forças auxiliares nos pontos auxiliares e, a partir dessas componentes, calcula tensões e deslocamentos em qualquer ponto do domínio.

Deve notar-se que as condições de fronteira podem ser deslocamentos ou forças aplicadas em troços contíguos da fronteira, nunca tensões. De facto, se se fixam as intensidades das resultantes das tensões em troços contíguos, e sendo os troços suficientemente pequenos para se fixarem aproximadamente as posições dessas resultantes, o princípio de Saint-Venant garante que o campo obtido seja pràticamente coincidente com o campo efectivo a alguma distância do contorno, dependente da distância entre pontos. O mesmo não aconteceria se se fixassem tensões.

Na segunda maneira de se utilizar o programa, as densidades das forças auxiliares são directamente dadas e determinam-se tensões e deslocamentos em qualquer ponto.

Isto permite, por um lado, não executar de uma só vez todos os cálculos: desde que se guardem as forças auxiliares que se obtiveram da primeira vez, podem determinar-se tensões e deslocamentos noutros pontos, em qualquer altura.

Por outro lado, podem determinar-se efeitos de forças que actuam em linhas do plano indefinido, desde que se assimilem tais linhas a poligonais, e se considere também como poligonal o diagrama da densidade de distribuição das forças que actuam nessas linhas.

Esta última facilidade permite que o programa seja por exemplo aplicado na determinação de efeitos de forças de massas, etc.

6 — UTILIZAÇÃO DOS MÉTODOS NUMÉRICOS NA ANÁLISE DE VALES E TALUDES

A determinação do campo perturbador constitui um problema de elasticidade plana de tipo especial.

O domínio é por um lado simplesmente conexo, por outro é infinito.

Viu-se já que o problema pode ser reduzido ao da análise de um domínio finito. Tal é o caminho mais óbvio e será esse em geral o caminho a seguir se se quiser aplicar o método dos elementos finitos.

No caso do método integral, não se obtiveram bons resultados quando se quis transformar o domínio num domínio finito utilizando uma fronteira artificial.

A razão do insucesso foi muito simplesmente a de que os pontos a considerar na fronteira têm de ser suficientemente próximos uns dos outros para que as condições de fronteira possam ser convenientemente reproduzidas. Dada a extensão da fronteira, o número de pontos a empregar resultou demasiadamente grande para a capacidade do computador.

Nestas condições houve que pensar numa adaptação do método, sacrificando embora a sua

generalidade, que não seria necessária nas presentes condições.

A primeira observação que se fez foi a de que, sendo o domínio simplesmente conexo, não haveria inconveniente em empregar como soluções elementares distribuições radiais simples, desde que a semi-recta de descontinuidade dos deslocamentos destes campos ficasse situada fora do domínio (fig. 11).

Fig. 11

Considere-se um semi-plano em cuja fronteira actua uma distribuição de forças paralelas a uma certa direcção do plano e cuja densidade, p, tem uma distribuição poligonal com vértices em um certo número de pontos definidos na referida fronteira (fig. 12).

Fig. 12

O campo gerado por esta distribuição pode ser calculado se se tiver calculado o campo gerado por um diagrama triangular com base em três pontos arbitrários, A, B e C, da fronteira do semi-plano (fig. 13): não há mais que considerar uma distribuição unitária com base em cada ponto da distribuição e nos dois pontos vizinhos e multiplicá-la pela correspondente ordenada do diagrama. Com efeito a fronteira do plano, para a esquerda do ponto A e para a direita do ponto B, ficará livre de tensões.

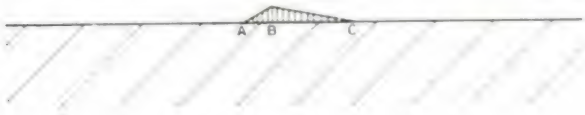


Fig. 13

Considere-se agora o semi-plano com um entalhe e forças actuando no entalhe (fig. 14) segundo um diagrama poligonal. Considerem-se da mesma forma diagramas triangulares centrados em vários pontos considerados no entalhe e sobreponham-se esses diagramas multiplicados pelas correspondentes ordenadas do diagrama. Agora, a fronteira do semi-plano, para a esquerda do ponto C e para a direita do ponto D, já não fica livre de tensões.

Fig. 14

No nosso método consideramos portanto uma distribuição de forças auxiliares desde um ponto E a um ponto F (fig. 15), escolhida de forma que as tensões se anulem ao longo dos troços $\overline{EC}$ e $\overline{DF}$ e tomem no entalhe os valores fixados.

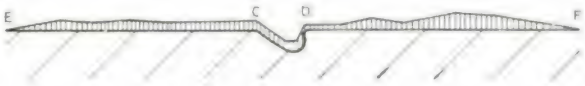


Fig. 15

A distribuição é poligonal, dependendo portanto de um número finito de parâmetros e a condições de anulamento das tensões só é respeitada aproximadamente, impondo o anulamento das forças aplicadas a troços sucessivos da fronteira.

Para a esquerda de E e para a direita de F, as tensões aplicadas poderão ser consideradas nulas se os troços EC e DF foram muito grandes em comparação com as dimensões características do entalhe.

Considere-se com efeito (fig. 16) uma distri-

Fig. 16

buição radial simples centrada num ponto P a uma distância δ da fronteira. Para pontos situados na fronteira, a uma distância l de P, as

componentes de tensão σ_1 e σ_2, aplicadas na fronteira são:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_{12} = \dfrac{\sigma_{rr}}{2} \operatorname{sen} 2\alpha \simeq \sigma_{rr}\,\alpha \simeq \sigma_{rr}\,\dfrac{\delta}{l} \\ \sigma_2 = \sigma_{22} = \dfrac{\sigma_{rr}}{2}\,(1 - \cos 2\alpha) \simeq \sigma_{rr}\,\alpha^2 \simeq \sigma_{rr}\,\dfrac{\delta^2}{l^2} \end{cases}$$

tendendo portanto para zero com $\dfrac{\delta}{l}$. Se a força for perpendicular à fronteira, este efeito é reforçado pelo facto de σ_{rr} ser proporcional a sen α.

Podem portanto considerar-se como nulas as tensões aplicadas na fronteira do semi-plano e tomar para solução aproximada a gerada pela distribuição de forças entre E e F.

Para adaptar o programa do método integral ao problema dos vales e taludes, a modificação essencial consistiu assim em empregar como campos elementares distribuições radiais simples, e não, como no programa geral, campos gerados por forças concentradas no plano indefinido.

Por outro lado a fronteira auxiliar limita-se a cobrir a zona EF da fronteira real, sendo portanto finita sem ser fechada.

7 — EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Os princípios que acabaram de ser expostos foram aplicados na resolução de um problema posto à D. M. A. pelo Serviço de Geotecnia. Tratava-se da determinação de tensões num estrato argiloso, à profundidade de 73 metros, que ocorre na encosta das Portas do Sol em Santarém. Tal determinação revestiu-se de particular interesse para a concepção e dimensionamento das obras que aí foram executadas.

Embora o problema se refira, como foi dito, a um talude, preferiu-se considerar um vale simétrico (fig. 17), o que, se por um lado, como é intuitivo, não altera sensìvelmente o valor das tensões no estrato a investigar, por outro permitiu introduzir uma simetria que simplificou grandemente a análise numérica.

Fig. 17

Tomou-se para o peso específico das terras, γ, o valor de 2 t/m³, adoptando-se para α o valor 0,5. As forças exteriores correspondentes ao problema perturbador estão esquematizadas na fig. 18.

Fig. 18

O método dos elementos finitos foi aplicado mediante a decomposição da estrutura (em virtude da simetria, pôde ser considerada sòmente metade da estrutura total) em 102 elementos (57 rectângulos e 55 triângulos) a que correspondia 102 nós (figs. 20 e 21). Levou assim a um sistema de 204 equações. Sendo 35 a largura da semi-banda de elementos significativos, tem-se, atendendo à simetria da matriz de rigidez, necessidade de memorizar pelo menos 6720 coeficientes.

O método integral exigiu a consideração de 63 pontos na fronteira do domínio (fig. 19). Em

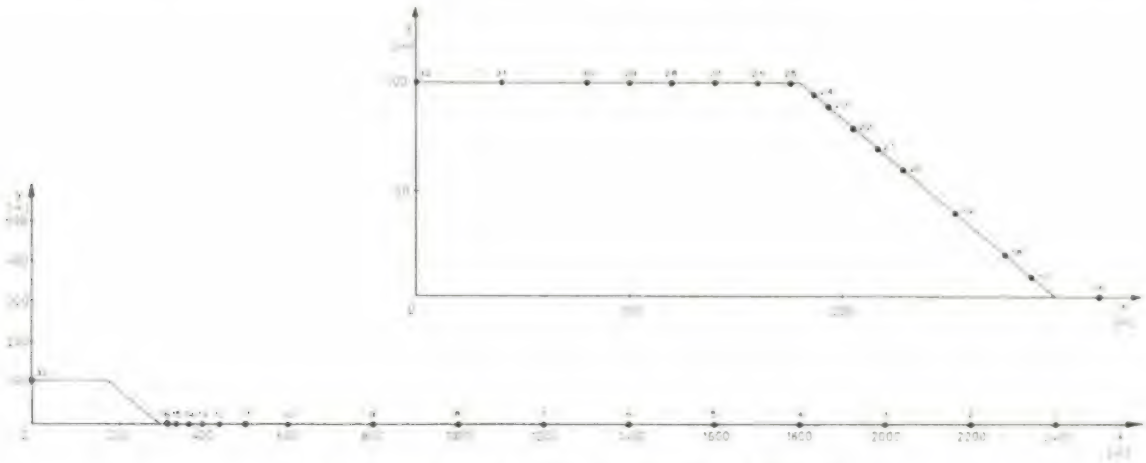


Fig. 19 — Método integral — Pontos da fronteira

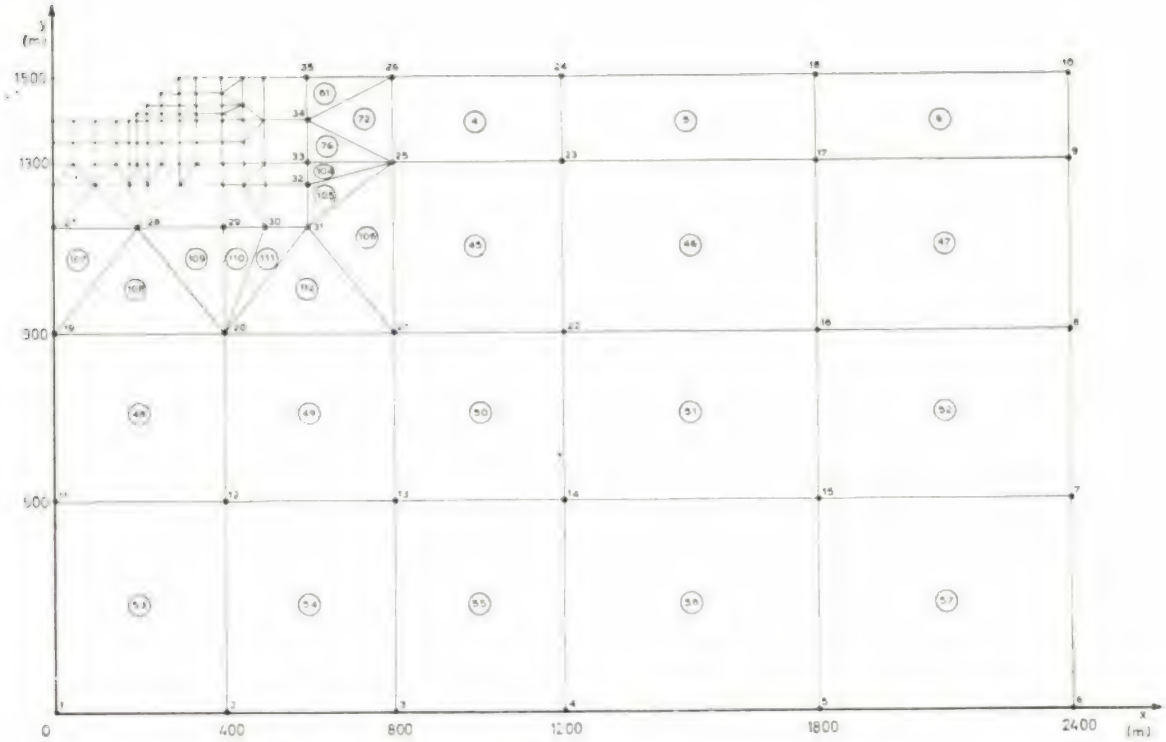


Fig. 20 — Decomposição em elementos. Conjunto geral

virtude de existir um eixo de simetria, a ordem do sistema reduziu-se também a 63, o que, tratando-se de um sistema não simétrico em que todos os coeficientes são significativos, implica a memorização de 3969 elementos.

No que se refere a tempos, o método integral exigiu 200 minutos (no computador National--Elliot 803-B) até ao fim da resolução do sistema, mais 4 minutos por cada ponto onde se procedeu à determinação de tensões e deslocamentos. Com

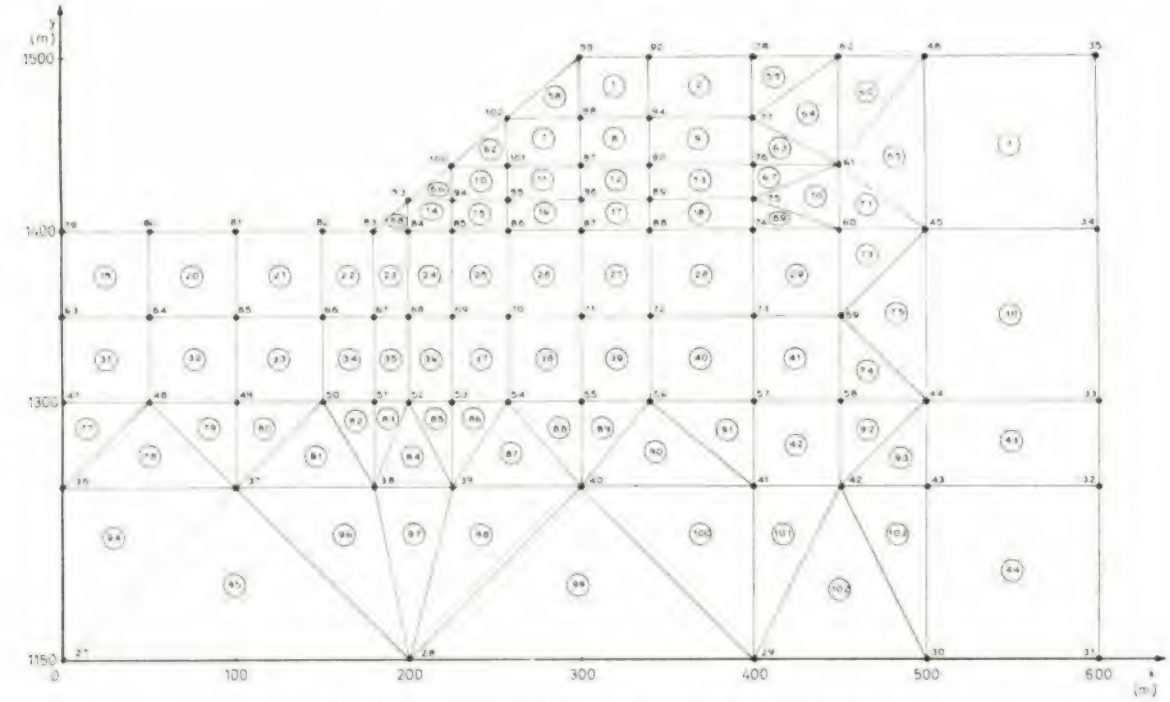


Fig. 21 — Decomposição em elementos. Pormenor

o método dos elementos finitos, gastaram-se 35 minutos na formação da matriz de rigidez, 205 na resolução do sistema (cujas incógnitas são os deslocamentos) e 35 na determinação das tensões a partir dos deslocamentos: ao todo 275 minutos.

O método dos elementos finitos fornece os deslocamentos em todos os nós e as tensões nos centros de todos os elementos. Se, pelo método integral, se tivessem determinado tensões e deslocamentos em 20 pontos, gastar-se-iam 280 minutos, o que pràticamente seria o mesmo tempo que no caso do método dos elementos finitos. Uma exploração mais pormenorizada do campo levaria a maiores tempos de cálculo.

As figuras 22 a 27 apresentam os resultados obtidos.

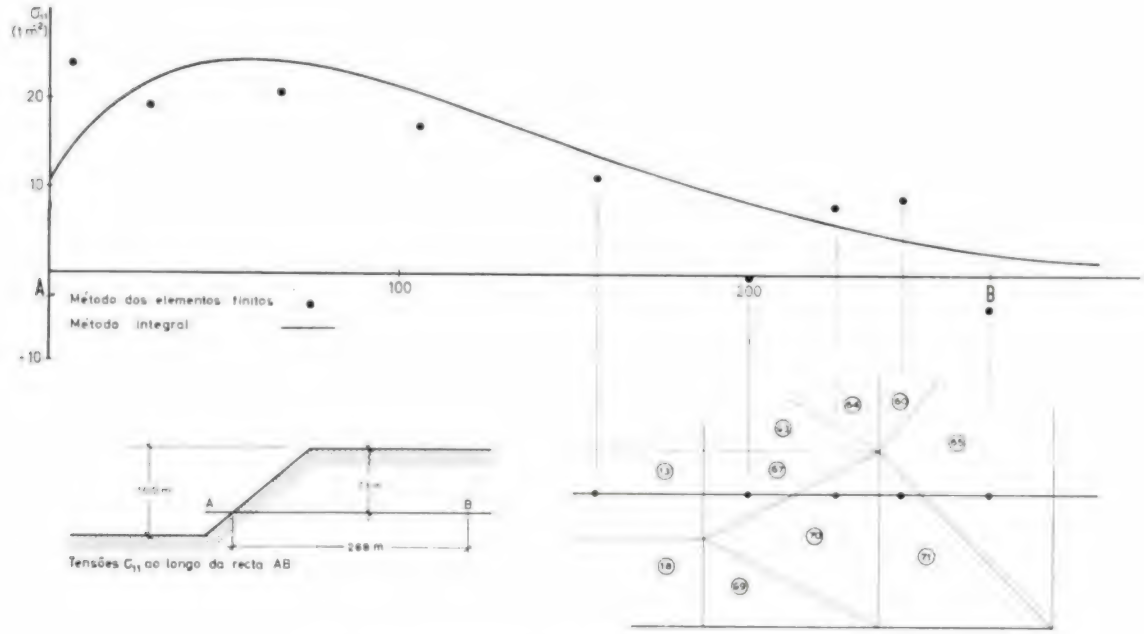


Fig. 22 — Tensões σ_{11} ao longo do estrato AB

8 — CONCLUSÕES

Tanto o método dos elementos finitos como o método integral foram aplicados na resolução de um mesmo problema.

O método dos elementos finitos implicou a memorização de maior número de coeficientes. No que se refere a tempos de cálculo, pode-se porém considerar que os dois métodos se equivalem, já que em regra o conhecimento das tensões e deslocamentos em 20 pontos (tinha-se verificado que, para este número de pontos, o tempo correspondente ao método integral era o mesmo que o correspondente ao dos elementos finitos) constitui informação suficiente.

O andamento das tensões fornecidas pelo método integral apresenta-se, por outro lado, mais razoável que o das fornecidas pelo dos elementos finitos: neste último caso, com efeito, as tensões apresentam flutuações pronunciadas nas regiões cobertas por triângulos. Tais flutuações não têm no entanto importância de maior, e a conclusão a tirar é a de que convém decompor em rectângulos as zonas onde se pretender informação mais precisa sobre as tensões, pois que os elementos rectangulares, dado que consentem variação linear das tensões, conduzem a melhores resultados.

Na prática adoptar-se-ão rectângulos sempre que possível, reservando os triângulos para onde não puderem dispensar-se, isto é, para a vizinhança da fronteira e para a transição entre elementos rectangulares de diferentes tamanhos.

Os elementos de comparação seriam diferentes se diferente número de elementos finitos ou de pontos da fronteira tivesse sido considerados

em cada um dos métodos. O exemplo apreciado parece no entanto típico, pelo que será lícito afirmar que o método integral conduz, para os mesmos tempos de cálculo, a diagramas de tensões com melhor aspecto e a melhor utilização da capacidade da máquina.

Ambos os métodos são no entanto satisfatórios e não convém esquecer as vantagens do método

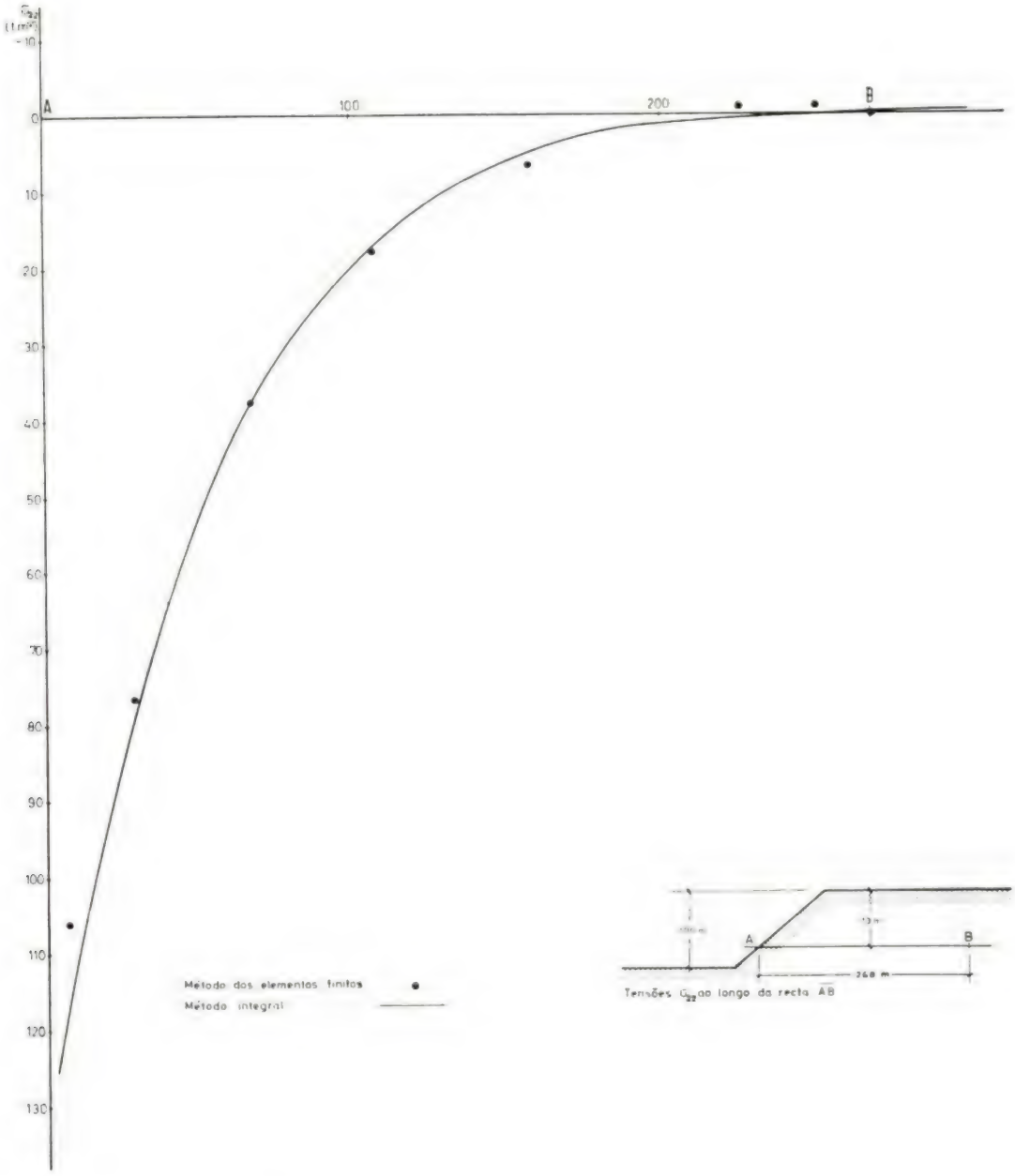


Fig. 23 — Tensõe σ_{22} ao longo do estrato AB

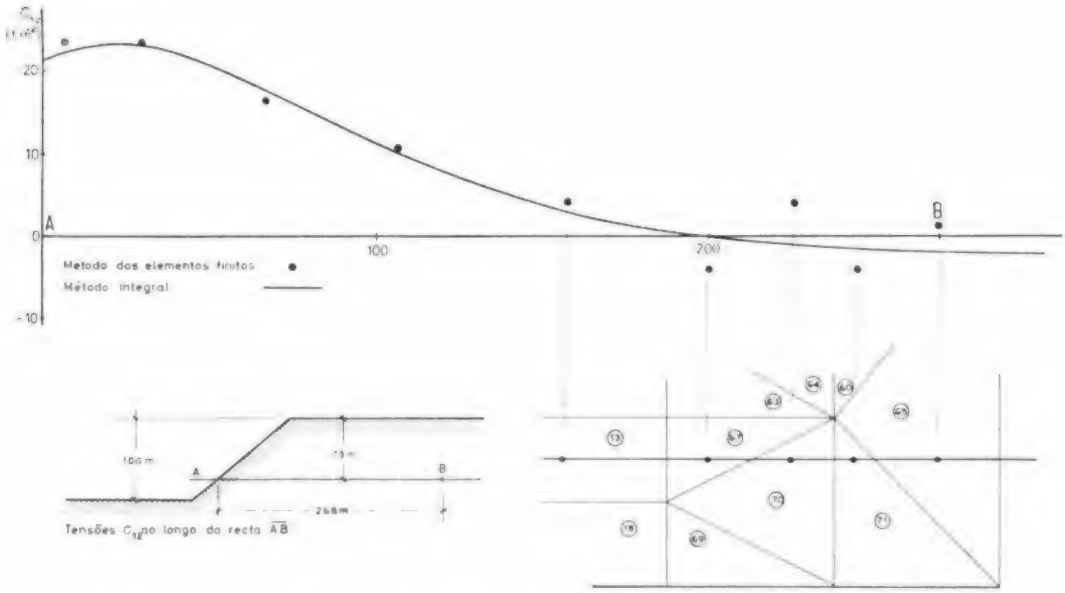


Fig. 24 — Tensões C_{12} ao longo do estrato AB

dos elementos finitos: consente heterogeneidades do terreno, a consideração de furos ou aberturas e, finalmente, a resolução directa do problema com forças de massa diferentes de zero, e não só a do problema pertubador, correspondente a forças de massa nulas.

No problema cuja resolução se apresentou, ambos os métodos puderam ser aplicados e a concordância dos resultados justifica que em ambos se deposite confiança. Parece legítimo estender essa confiança a casos semelhantes em que só o dos elementos finitos seja aplicável.

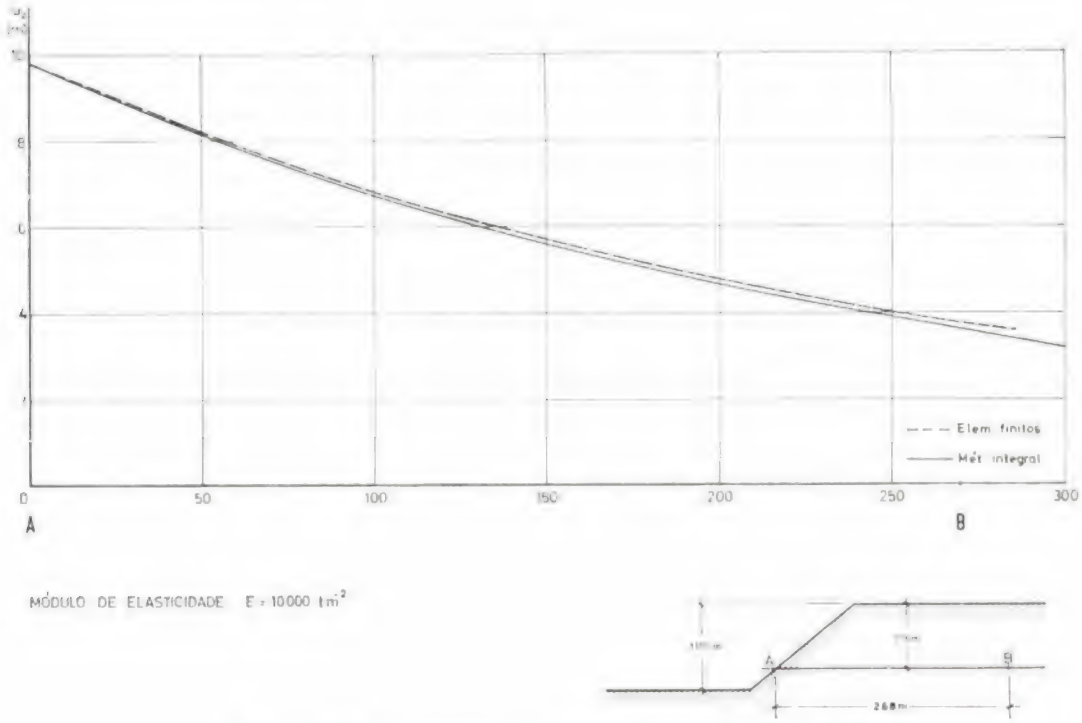


Fig. 25 — Deslocamentos verticais ao longo do estrato AB

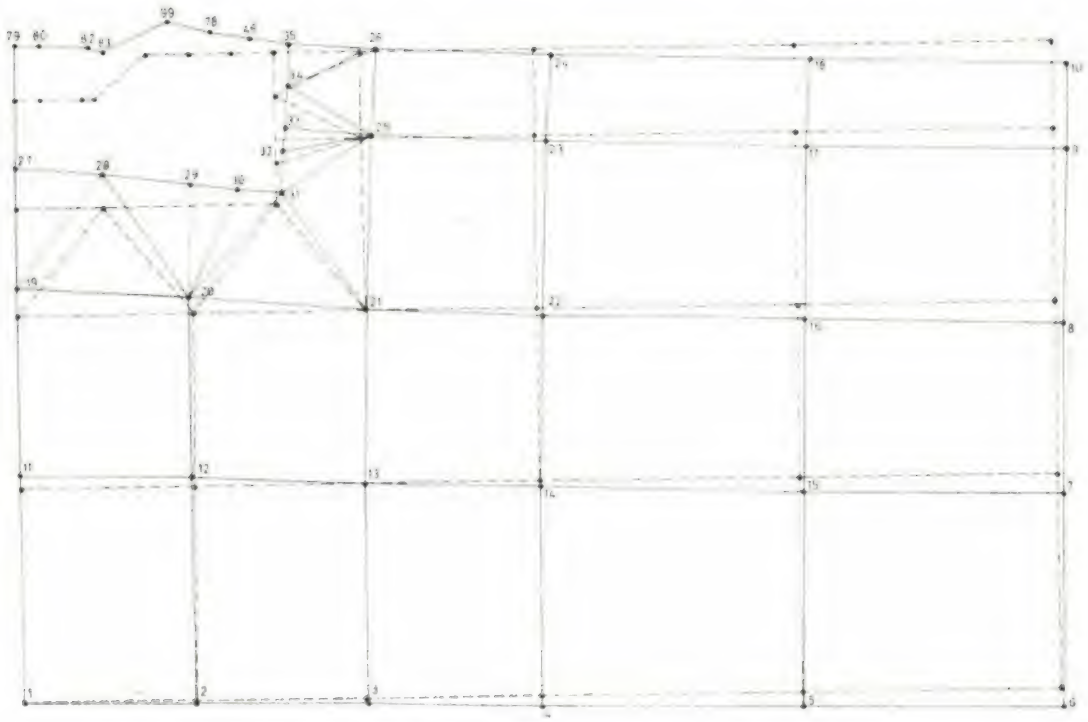


Fig. 26 — Deformação do conjunto

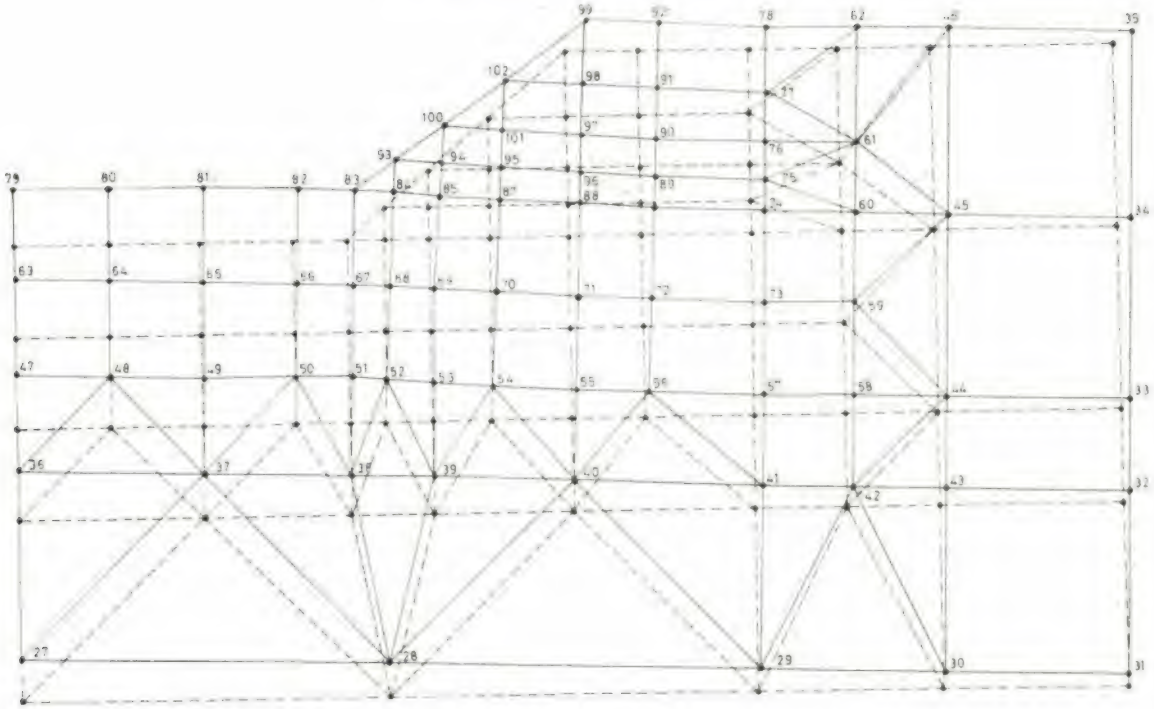


Fig. 27 — Deformação. Pormenor

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Oliveira, E. R. Arantes — *A Utilização de Métodos Numéricos Integrais na Resolução de Problemas de Elasticidade Plana* — Lisboa, LNEC, 1965.

2. *Dossiers dos programas 617 (Vales e Taludes) e 621 (Elasticidade plana. Método dos Elementos Finitos).* Divisão de Matemática Aplicada, LNEC.

3. Zienkiewiez, O. C.; Cheung, Y. K. — *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics.* London, New York, Toronto, Sydney, Mac Graw-Hill, 1967.

DO MUNDO TÉCNICO

UM APARELHO DE RADIOGRAFIA INDUSTRIAL, POTENTE E MUITO FÁCIL DE MANOBRAR

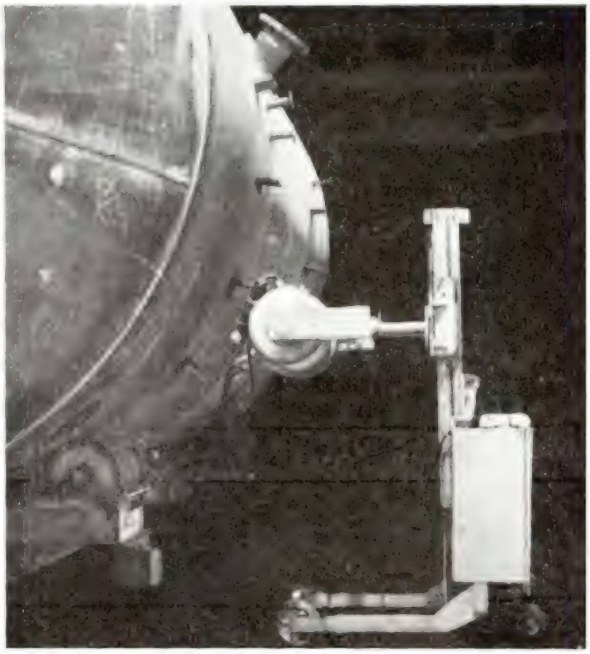
A utilização do gás isolante SF 6 na fabricação dos aparelhos de radiografia industrial permitiu fabricar aparelhos «monoblocos» mais leves, mais fáceis de manobrar e mais robustos.

É bem conhecido que o poder de penetração da radiação duma ampola de raios-X aumenta com a tensão de aceleração dos electrões emitidos pelo cátodo. As qualidades notáveis do gás SF 6 utilizado como isolante permitiram construir um aparelho aliando a muita alta tensão à potência: o Baltographe tipo RE 320. Funciona a 320 kV/14 mA e pode radiografar chapas de aço muito espessas segundo as normas mais severas de controle.

Está montado num elevador hidráulico móvel de comando eléctrico, com a unidade de refrigeração, indispensável a um aparelho desta potência, incorporada neste elevador.

O conjunto é de fácil manipulação e pode ser suspenso duma ponte rolante. É destinado, principalmente, ao controle das soldaduras de construções pesadas, difíceis de deslocar; a sua mobilidade permite o posicionamento rápido nos diferentes locais que se desejam radiografar.

Este aparelho é igualmente usado em muitos outros casos de controle industrial, como por exemplo o das peças fundidas.



(Informação: S. A. Usines Balteau)

BLOCAGEM DO ROTOR SOBRE O EIXO EM MOTORES ELÉCTRICOS POR UMA RESINA ANAERÓBIA

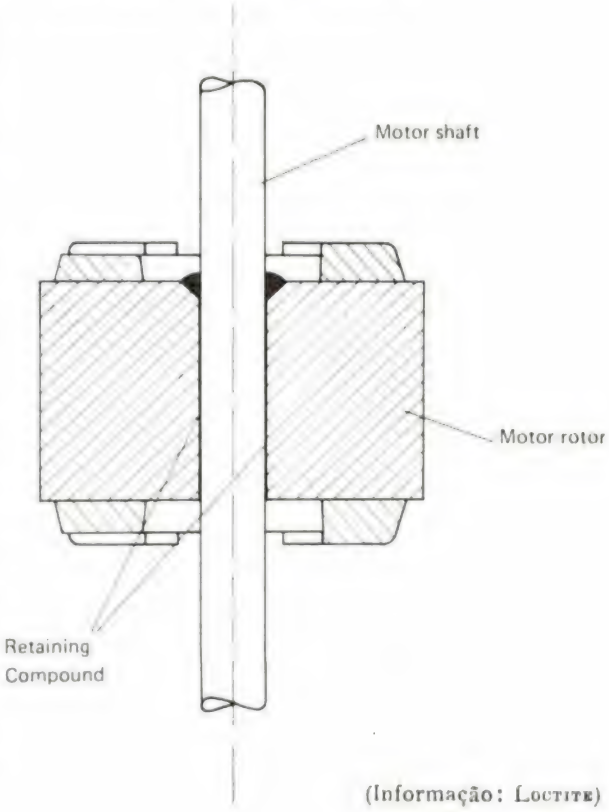
Uma nova tecnica acaba de ser adoptada por uma sociedade alemã para a fabricação automática de pequenos motores eléctricos: esta técnica faz apelo a uma resina anaeróbia que permite realizar uma excelente acoplagem do rotor e do seu eixo — montados à pressão — e que elimina os riscos de deterioração dos elementos a unir.

Esta técnica elimina a necessidade de utilização de peças de oficina muito precisas, quando se faz a acoplagem automática sob pressão. É possível admitir uma gama de 1/100 a 4/100 mm entre o eixo e o rotor, o que evita o risco de deformar a bobinagem ou de partir o eixo no momento de encaixe.

Esta técnica de montagem é utilizada para uma gama de motores cuja potência vão de 1/400 a 1/24 CV. Estes pequenos motores de corrente alternada destinam-se a ventiladores de radiadores eléctricos, blocos de congelação e ventiladores de projectores de filmes.

Antes de passar à operação de montagem procede-se ao alisamento das superfícies. Em seguida coloca-se uma pequena quantidade de resina no ponto de união eixo-rotor. A resina é repartida sobre toda a superfície de contactos das duas peças através da rotação que se imprime ao eixo.

A resina fica inerte ao ar, mas confinadas entre duas superfícies metálicas, transforma-se numa massa dura resistente aos solventes e capaz de assegurar uma sólida fixação entre as duas superfícies.



(Informação: Loctite)

C. D. U. 624.042.2

ESTUDO DE VIGAS SUBMETIDAS A CARGAS PARABÓLICAS

por PERES RODRIGUES
Engº. civil (I. S. T.)

RESUMO

No presente artigo estuda-se a viga simplesmente apoiada e a viga encastrada sujeita a carga parabólica, nomeadamente no que se refere a esforços transversos, momentos flectores, rotações e flechas. Apresentam-se tabelas e ábacos para o cálculo daquelas características.

SYNOPSIS

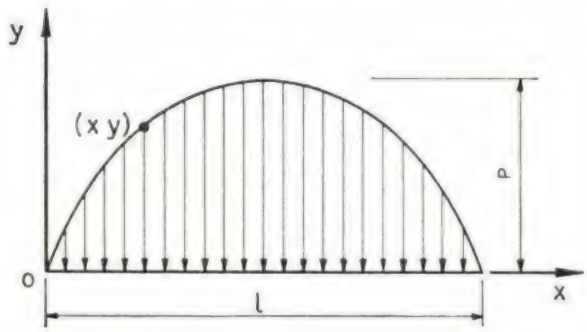
The present paper is a study of beams with either simply supported or built-in ends, subjected to parabolic loads. Shearing forces, bending moments, slopes and deflections are dealt with, and numerical tables and charts are presented which allow the calculation of those magnitudes.

1 — INTRODUÇÃO

O número cada vez maior de estruturas com grandes vãos sujeitos a cargas parabólicas, faz com que estas cargas não devam ser assimiladas a triangulares, trapezoidais ou rectangulares, dada a economia que poderá resultar do estudo mais rigoroso do problema. Acresce ainda o facto do conhecimento da flecha máxima poder ser, em certos casos, decisivo no dimensionamento da viga necessária ao estabelecimento do vão.

Estes motivos levaram à publicação destas notas que procuram sintetizar, para as vigas simplesmente apoiadas e para as vigas encastradas, o que de maior interesse existe para quem tenha de as dimensionar.

Considere-se um vão de comprimento l, sujeito a uma carga parabólica de valor máximo p e sejam x e y as coordenadas correntes da parábola definidora da carga, em esquema ter-se-á:



A lei de variação da carga parabólica será:

$$p\,(x) = 4\,p\,\frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) \qquad (1)$$

O valor da carga parabólica parcial compreendida entre os pontos da abcissa O e x, será dado por:

$$P\,(x) = \int_0^x p\,(x)\,dx \qquad (2)$$

ou, atendendo a (1) e integrando entre os limites considerados, vem para a carga parabólica parcial:

$$P\,(x) = \frac{2}{3}\,p\,l\left[3 - 2\,\frac{x}{l}\right]\frac{x^2}{l^2} \qquad (3)$$

o que dá, para a carga parabólica total (x = l) o valor:

$$P\,(l) = \frac{2}{3}\,p\,l \qquad (4)$$

Interessa determinar, também, a posição da resultante da carga parabólica parcial, isto é, a abcissa do seu centro de gravidade, que será dada pela expressão:

$$G\,(x) = \frac{\int_0^x p\,(x)\,x\,dx}{\int_0^x p\,(x)\,dx} \qquad (5)$$

Atendendo aos valores de (1), (2) e (3), resulta depois de integrar e simplificar:

$$G\,(x) = \frac{\left(4 - 3\,\frac{x}{l}\right)\frac{x}{l}}{3 - 2\,\frac{x}{l}} \cdot \frac{l}{2} \qquad (6)$$

Esta expressão mostra que a abcissa do centro de gravidade é independente da carga máxima p, como seria de esperar.

2 — VIGA SIMPLESMENTE APOIADA

2.1 — Esforços transversos

As reacções de apoio duma viga simplesmente apoiada sujeita à carga parabólica atrás definida, são iguais e têm como valor, atendendo a (4):

$$R_A = R_B = \frac{1}{3} p l \qquad (7)$$

O esforço transverso, em qualquer secção de abcissa x, será dado por:

$$T(x) = R_A - P(x) \qquad (8)$$

ou, atendendo a (3) e (7):

$$T(x) = \frac{1}{3} p l \left[1 - 6 \frac{x^2}{l^2} + 4 \frac{x^3}{l^3} \right] \qquad (9)$$

2.2 — Momentos flectores

O momento flector em qualquer secção de abcissa x, será dado por

$$M(x) = x . R_A - P(x) \left[x - G(x) \right] \qquad (10)$$

ou, atendendo a (3), (5) e (7), resulta depois das convenientes simplificações:

$$M(x) = \frac{1}{3} p l^2 \left[1 - 2 \frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] \frac{x}{l} \qquad (11)$$

O momento flector é, como se sabe, máximo a meio vão e tem por valor:

$$M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{5}{48} p l^2 \qquad (12)$$

correspondendo a $\frac{5}{6}$ do momento flector devido à carga uniforme p e a $\frac{5}{4}$ do momento flector devido à carga triangular isósceles de ordenada máxima p.

2.3 — Rotações e flechas

A determinação da flecha em qualquer ponto da viga, poderá ser feita a partir da expressão

$$f(x) = - \int\int \frac{M(x)}{EI} dx^2 \qquad (13)$$

em que E e I representam o módulo de elasticidade e o momento de inércia da secção da viga de abcissa x, que no caso que se irá tratar se supõem constantes em todas as secções.

O valor do primeiro integral indicado na expressão (13) representa o ângulo, em radianos, que a tangente à deformada da viga no ponto de abcissa x faz com a posição inicial da mesma (horizontal na maior parte dos casos). Assim, atendendo a (10) e (13) ter-se-á:

$$\varphi(x) = \frac{p\, l^2}{3EI} \int \left[\frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right] dx \qquad (14)$$

ou integrando:

$$\varphi(x) = \frac{p\, l^3}{3EI} \left[\frac{x^2}{2l^2} - \frac{x^4}{2l^4} + \frac{x^5}{5l^5} + K_1 \right] \qquad (15)$$

em que o valor da constante de integração K_1 se obtém pela condição de anulação de $\varphi(x)$ no ponto $x = \frac{l}{2}$, donde:

$$K_1 = - \frac{1}{10} \qquad (16)$$

e portanto, substituindo em (15):

$$\varphi(x) = \frac{p\, l^3}{30EI} \left[2 \frac{x^5}{l^5} - 5 \frac{x^4}{l^4} + 5 \frac{x^2}{l^2} - 1 \right] \qquad (17)$$

A integração de (17) conduz à expressão de flecha, donde, por ser nulo o seu valor na origem:

$$f(x) = \frac{p\, l^4}{90EI} \left[3 \frac{x}{l} - 5 \frac{x^3}{l^3} + 3 \frac{x^5}{x^5} - \frac{x^6}{l^6} \right] \qquad (18)$$

Da expressão (18) se obtém o valor máximo de flecha ocorrente na secção média da viga:

$$f\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{61\, p\, l^4}{5760\, EI} \qquad (19)$$

2.4 — Tabelas e ábacos

Os valores das características estudadas poderão ser tabelados e traduzidos em ábacos assimilando as expressões que as definem ao produto duma constante C, dependente só das características geométricas e elásticas da viga e dum factor K que é só função da posição relativa da secção a estudar. Assim, as fórmulas (3) da carga parabólica parcial, (6) da posição do centro de gravidade desta mesma carga, (9) do esforço transverso, (11) do momento flector, (17) da rotação e (18) da flecha, poderão ser transformadas conforme se indica no quadro I, pela introdução da variável

$$k = \frac{x}{l} \cdot$$

No Quadro II, inscreveram-se, para cada característica estudada, os valores do factor K e os seus acréscimos ΔK para os valores da variável k diferindo de 0,1.

O ábaco 1 traduz gràficamente a variação do factor K relativo a cada uma das características que se vêm estudando.

3 — VIGA ENCASTRADA

3.1 — Esforços transversos

Dada a simetria da viga e da carga, os esforços transversos são iguais aos da viga simplesmente apoiada, donde, devido a (9):

$$T(x) = \frac{1}{3} p l \left[1 - 6 \frac{x^2}{l^2} + 4 \frac{x^3}{l^3} \right] \quad (20)$$

3.2 — Momentos flectores

O momento flector genérico é dado pela soma algébrica do momento flector isostático (11) com o momento de encastramento M_A, dado pela 2.ª expressão (25) abaixo deduzida, pelo que se poderá escrever:

$$M(x) = \frac{1}{3} p l^2 \left[-\frac{1}{5} + \frac{x}{l} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right] \quad (21)$$

O máximo momento flector positivo verifica-se a meio vão, e tem por valor:

QUADRO I

Características	Fórmula	Decomposição	
		Constante C	Factor K
Carga parabólica parcial	(3)	$\frac{2}{3} p l$	$3k^2 - 2k^3$
Posição do centro de gravidade	(6)	$\frac{1}{2} l$	$\frac{4k - 3k^2}{3 - 2k}$
Esforço transverso	(9)	$\frac{1}{3} p l$	$1 - 6k^2 + 4k^3$
Momento flector	(11)	$\frac{1}{9} p l^2$	$3(k - 2k^3 + k^4)$
Rotação	(17)	$\frac{p l^3}{30 EI}$	$2k^5 - 5k^4 + 5k^2 - 1$
Flecha	(18)	$\frac{p l^4}{90 EI}$	$3k - 5k^3 + 3k^5 - k^6$

QUADRO II

Viga simplesmente apoiada

Constante C	$\frac{2}{3}$ p l		$\frac{1}{2}$ l		$\frac{1}{3}$ p l		$\frac{1}{9}$ p l^2		$\frac{p\ l^3}{30\ EI}$		$\frac{p\ l^4}{90\ EI}$	
Valores de k	Carga parabólica P(k)		Centro de gravidade G(k)		Esforço transverso T(k)		Momento flector M(k)		Rotação φ(k)		Flecha f(k)	
	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K
0	0		0		+1,000		0		−1,000		0	
		+0,028		+0,132		−0,056		+0,294		+0,050		+0,295
0,1	+0,028		+0,132		+0,944		+0,294		−0,950		+0,295	
		+0,076		+0,130		−0,152		+0,264		+0,143		+0,266
0,2	+0,104		+0,262		+0,792		+0,558		−0,807		+0,561	
		+0,112		+0,126		−0,224		+0,204		+0,221		+0,211
0,3	+0,216		+0,388		+0,568		+0,762		−0,586		+0,772	
		+0,136		+0,121		−0,272		+0,132		+0,278		+0,135
0,4	+0,352		+0,509		+0,296		+0,894		−0,308		+0,907	
		+0,148		+0,116		−0,296		+0,042		+0,308		+0,046
0,5	+0,500		+0,625		0		+0,936		0		+0,953	
		+0,148		+0,108		−0,296		−0,042		+0,308		−0,046
0,6	+0,648		+0,733		−0,296		+0,894		+0,308		+0,907	
		+0,136		+0,098		−0,272		−0,132		+0,278		−0,135
0,7	+0,784		+0,831		−0,568		−0,762		+0,586		+0,772	
		+0,112		+0,083		−0,224		−0,204		+0,221		−0,211
0,8	+0,896		+0,914		−0,792		+0,558		+0,807		+0,561	
		+0,076		+0,061		−0,152		−0,264		+0,143		−0,266
0,9	+0,972		+0,975		−0,944		−0,294		+0,950		+0,295	
		+0,028		+0,025		−0,056		−0,294		+0,050		−0,295
1,0	+1,000		+1,000		−1,000		0		+1,000		0	

$$M\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{3}{80}\, p\, l^2. \qquad (22)$$

Como verificação constata-se que a diferença dos momentos flectores a meio vão, dados por (12) e (22) é igual ao momento de encastramento dado por (25).

3.3 — Rotações e flechas

De acordo com a expressão (13) e com as restrições indicadas em 2.3, a rotação genérica é dada por:

$$\varphi(x) = \frac{1}{EI} \int \left[\frac{pl^2}{3} \left(\frac{x}{l} - 2\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right) + M_e \right] dx \qquad (23)$$

em que M_e é o momento de encastramento integrando (23) vem:

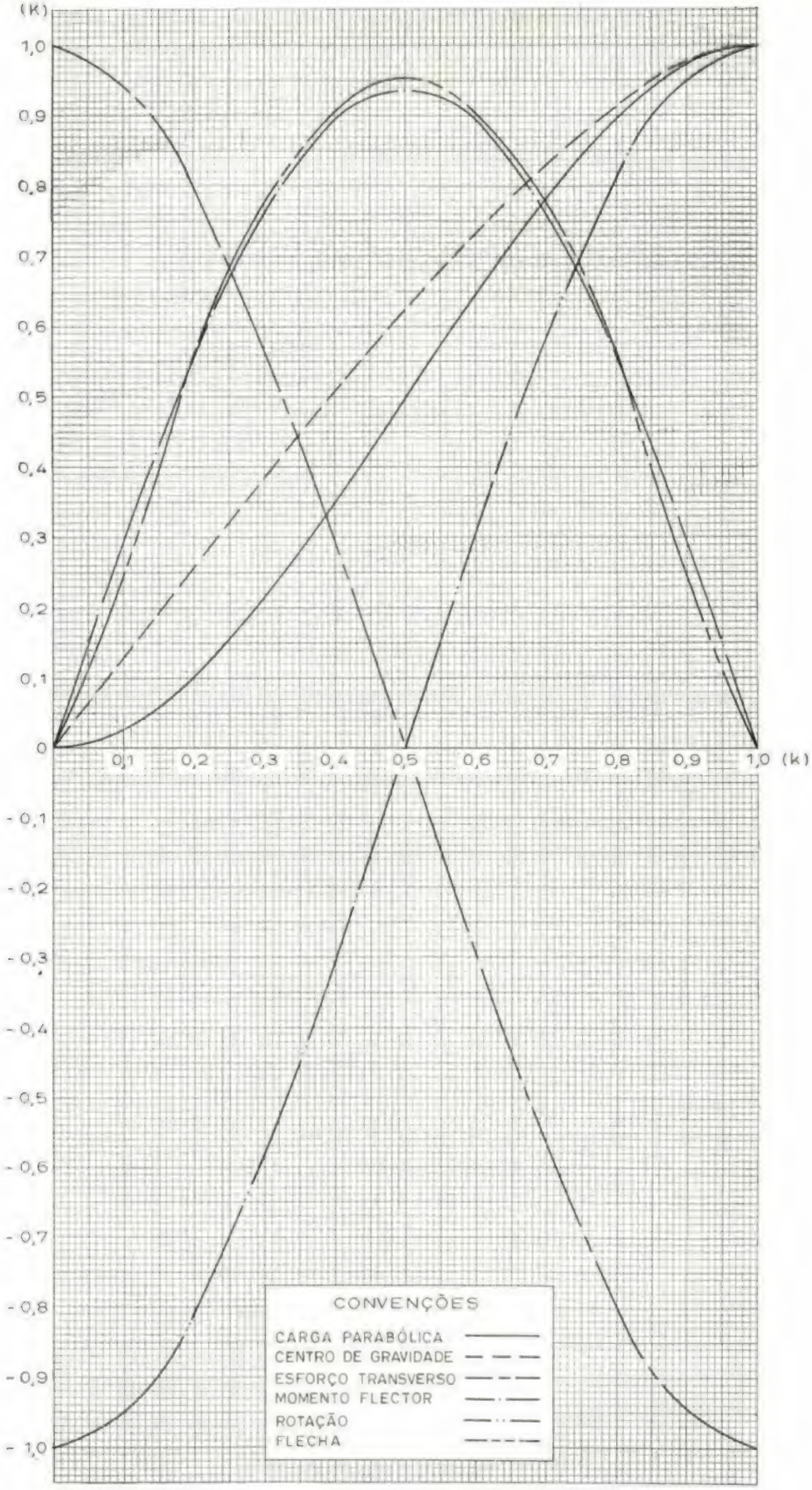
$$\varphi(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{pl^3}{3} \left(\frac{x^2}{2l^2} - \frac{x^4}{2l^4} + \frac{x^5}{5l^5} \right) + x M_e + K_2 \right] \qquad (24)$$

devendo verificar-se $\varphi(0) = 0$ e $\varphi\left(\frac{l}{2}\right) = 0$ por condições de compatibilidade. Daqui resulta:

$$K_2 = 0 \quad M_e = -\frac{pl^2}{15} \qquad (25)$$

Substituindo (25) em (24) vem finalmente.

ÁBACO 1 — Viga simplesmente apoiada



$$\varphi(x) = \frac{pl^3}{30\,EI}\left[2\frac{x^5}{l^5} - 5\frac{x^4}{l^4} + 5\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x}{l}\right] \qquad (26)$$

A integração de (26) conduz à expressão da flecha, donde, por ser nulo o seu valor na origem:

$$f(x) = \frac{pl^4}{90\,EI}\left[3\frac{x^2}{l^2} - 5\frac{x^3}{l^3} + 3\frac{x^5}{l^5} - \frac{x^6}{l^6}\right] \qquad (27)$$

O valor máximo da flecha obtém-se a meio da viga e tem por valor:

$$f\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{13\,p\,l^4}{5760\,EI} \qquad (28)$$

3.4 — Tabelas e ábacos

De maneira idêntica à indicada em 2.4 organizaram-se os Quadros III e IV e o ábaco 2.

QUADRO III

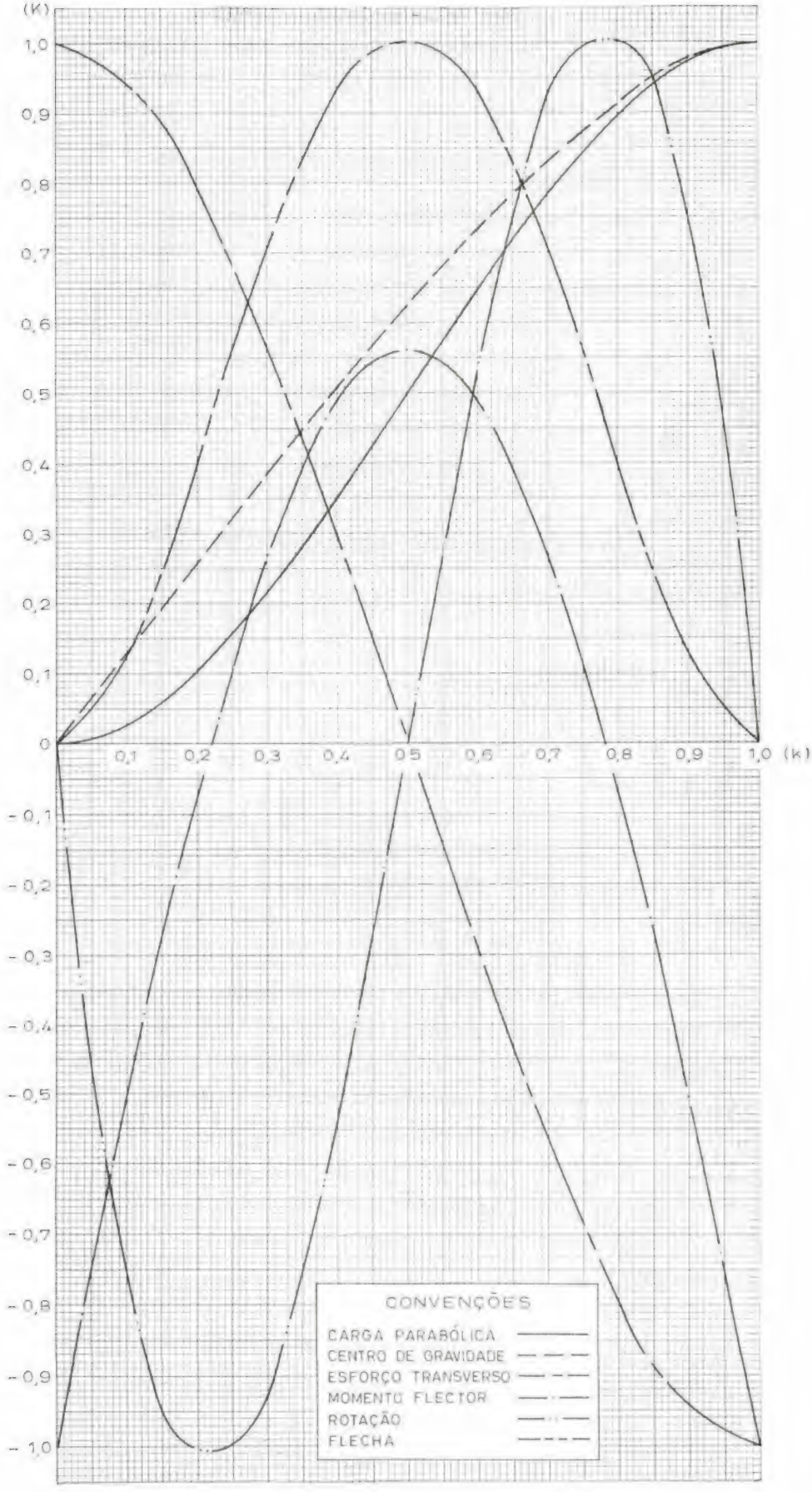
Características	Fórmula	Decomposição	
		Constante C	Factor K
Carga parabólica parcial	(3)	$\frac{2}{3}\,p\,l$	$3k^2 - 2k^3$
Posição do centro de gravidade	(6)	$\frac{1}{2}\,l$	$\frac{4k - 3k^2}{3 - 2k}$
Esforço transverso	(20)	$\frac{1}{3}\,p\,l$	$1 - 6\,k^2 + 4\,k^3$
Momento flector	(21)	$\frac{5}{3}\,p\,l^2$	$-1 + 5k - 10k^3 + 5k^4$
Rotação	(26)	$\frac{p\,l^3}{150\,EI}$	$5\,(2k^5 - 5k^4 + 5k^2 - 2k)$
Flecha	(27)	$\frac{p\,l^4}{450\,EI}$	$5\,(3k^2 - 5k^3 + 3k^5 - k^6)$

QUADRO IV

Viga encastrada

Constante C	$\frac{2}{3}$ p l		$\frac{1}{2}$ l		$\frac{1}{3}$ p l		$\frac{5}{3}$ p l^2		$\frac{p\ l^3}{150\ EI}$		$\frac{p\ l^4}{450\ EI}$	
Valores de k	Carga parabólica P(k)		Centro de gravidade G(k)		Esforço transverso T(k)		Momento flector M(k)		Rotação φ(k)		Flecha f(k)	
	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K	K	Δ K
0	0		0		+1,000		−1,000		0		0	
		+0,028		+0,132		−0,056		+0,490		−0,752		+0,125
0,1	+0,028		+0,132		+0,944		−0,510		−0,752		+0,125	
		+0,076		+0,130		−0,152		+0,438		−0,285		+0,279
0,2	+0,104		+0,262		+0,792		−0,072		−1,037		+0,404	
		+0,112		+0,126		−0,224		+0,342		+0,109		+0,304
0,3	+0,216		+0,388		+0,568		+0,270		−0,928		+0,708	
		+0,136		+0,121		−0,272		+0,218		+0,390		+0,225
0,4	+0,352		+0,509		+0,296		+0,488		−0,538		+0,933	
		+0,148		+0,116		−0,296		+0,074		+0,538		+0,083
0,5	+0,500		+0,625		0		+0,562		0		+1,016	
		+0,148		+0,108		−0,296		−0,074		+0,538		−0,083
0,6	+0,648		+0,733		−0,296		+0,488		+0,538		+0,933	
		+0,136		+0,098		−0,272		−0,218		+0,390		−0,225
0,7	+0,784		+0,831		−0,568		+0,270		+0,928		+0,708	
		+0,112		+0,083		−0,224		−0,342		+0,109		−0,304
0,8	+0,896		+0,914		−0,792		−0,072		+1,037		+0,404	
		+0,076		+0,061		−0,152		−0,438		−0,285		−0,279
0,9	+0,972		+0,975		−0,944		−0,510		+0,752		+0,125	
		+0,028		+0,025		−0,056		−0,490		−0,752		−0,125
1,0	+1,000		+1,000		−1,000		−1,000		0		0	

ÁBACO 2 — Viga encastrada



Resumo dos artigos publicados na Técnica n.º 385

Ano XLIV — Fevereiro 1969

DELGADO DOMINGOS — C. D. U. 536.25 : 532.542.1

Efeito da variação axial da temperatura ou do fluxo térmico no coeficiente de transmissão do calor por convecção forçada num tubo

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pág. 225-231

Discute-se a importância das condições na superfície de permuta — temperatura ou fluxo térmico imposto — no valor do coeficiente de transmissão do calor por convecção, num tubo, os quais podem diferir substancialmente. Utilizando propriedades das equações fundamentais mostra-se como se podem calcular os coeficientes quando as condições impostas variam axialmente desde que seja conhecido o seu valor (por via teórica ou experimental) para condições uniformes.

E. R. DE ARANTES E OLIVEIRA — C. D. U. 539.31 : 519.34
519.34
551.434

Análise elástica de vales e taludes

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pág. 263-279.

Assimila-se a crusta terreste a um semi-espaço elástico onde se instalam estados planos de deformação. Formula-se assim um problema de elasticidade plana relativo a um semi-plano indefinido.
Considera-se a resolução deste problema por dois métodos numéricos, o método dos elementos finitos e um método integral, e comparam-se os resultados obtidos para um caso concreto, o da determinação das tensões num estrato argiloso que ocorre no talude das Portas do Sol em Santarém.

CARLOS PORTELA — C. D. U. 681.14 : 518.3

Calculadores analógicos — aplicações a sistemas mecânicos

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pág. 233-261.

Este artigo trata da aplicação de calculadores analógicos a sistemas mecânicos. São analisados os seguintes aspectos:
— Análogos eléctricos.
— Tipos de análogos eléctricos.
— Circuitos lineares de parâmetros concentrados.
— Análogo da relação entre forças e deslocamentos generalizados em elementos actuados em dois pontos. Aplicação a sistemas complexos.
— Aspectos conceptuais e metodológicos do cálculo analógico.
— Análogos de alguns sistemas mecânicos simples em regime estático e dinâmico.
— Análogos de uma viga em regime estático e dinâmico.
— Análogo de uma barra sujeita à torção em regime dinâmico.
— Regimes livres. Frequências próprias. Representação modal. Análise de vibrações.
— Análogos de elementos não lineares.
— Análogos de placas em regime estático.
— Análogos aplicáveis a problemas de condução de calor.

PERES RODRIGUES — C. D. U. 624.042.2

Estudo de vigas submetidas a cargas parabólicas

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pág. 281-288.

No presente artigo estuda-se a viga simplesmente apoiada e a viga encastrada sujeita a carga parabólica, nomeadamente no que se refere a esforços transversos, momentos flectores, rotações e flechas. Apresentam-se tabelas e ábacos para o cálculo daquelas características.

Synopsis of articles published in «Técnica» n° 385

XLIV — February 1969

E. R. de Arantes e Oliveira U. D. C. 539.31 : 519.34
519.34
551.434

Elastic analysis of valleys and slopes

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pp. 263-279.

By identifying the earth crust with an elastic half-space subjected to a plane state of strain, the elastic analysis of valleys and slopes can be converted into a plane elasticity problem defined on a half-plane.
The author discusses the solution of this problem by two numerical methods, the finite element method and an integral method, and compares the results yielded by both when applied to an actual case : the analysis of stresses in a clay layer which occurs at the Portas do Sol slop in Santarém.

Delgado Domingos U. D. C. 536.25 : 532.542.1

Effect of the axial temperature variation or of the thermal flux on the heat transfer coeficient by forced convection in a tube

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pp. 225-231.

The importance of boundary conditions — uniform temperature or heat flux — on the heat transfer coeficient by forced convection in a tube is discussed.
Starting from the properties of the fundamental equations for heat transfer it is shown how the heat transfer coeficient can be found for axially varying boundary conditions when its value is known (experimentally or analytically) for uniform temperature or heat flux.

Peres Rodrigues U. D. C. 624.042.2

Study of beams subjected to parabolic loads

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pp. 281-288.

The present paper is a study of beams with either simply supported or built-in ends, subjected to parabolic loads. Shearing forces, bending moments, slopes and deflections are dealt with, and numerical tables and charts are presented which allow the calculation of those magnitudes.

Carlos Portela U. D. C. 681.14 : 518.3

Analogic computers — Applications to mechanical systems

Técnica No. 385 — XLIV — 2. 1969, pp. 233-261.

This paper deals with analogic computers and their application to mechanical systems. The following aspects are presented :
— Electrical analogs.
— Types of electrical analogs.
— Linear networks of lumped parameters.
— Analog of the relation between generalized forces and displacements in elements actuated in two points. Application to complex systems.
— Conceptual and methodologic aspects of analogic computation.
— Analogs of some simple mechanical systems in static and dynamic regime.
— Analogs of a beam in static and dynamic regime.
— Analogs of a beam submited to torsion in dynamic regime.
— Free regimes. Natural frequencies. Modal representation. Vibration analysis.
— Analogs of non linear elements.
Analogs of plates in static regime.
— Analogs applicable to heat conduction problems.

BIBLIOGRAFIA

Classificadores responsáveis: Boto Pimentel, Emilio Cruces, Ramos Correia, Todo Bom e Vladimiro de Oliveira.

Serão criticadas as obras cujo assunto esteja no âmbito da «Técnica» e de que nos sejam enviados dois exemplares.

As revistas recebidas na Redacção, de que se publica uma selecção de fichas de artigos ordenadas pela Classificação Decimal Universal, podem ser consultadas na Biblioteca da A.E.I.S.T.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 537.77 : 541.1 — 145.1

The standard free energies of solutions of anhydrous salts in water — *D. A. Johnson.*

Journal of Chemical Education, 4-68, vol. 45, págs. 236-40, t. 4.

Estudo sobre o tratamento das variações de energia livre com o tamanho do catião, com predição de várias tendências relacionadas com este tratamento. Faz-se também um breve estudo relativamente ao tamanho do anião.

C. D. U. 539.16 — 544.62 — 545.844

Non-radioactive physical methods of analysis during gaseous reprocessing of nuclear fuel. — *W Goossens.*

Industrie Chimique Belge, 7 e 8-968, vol. 7-8, págs. 643-654, t. 33.

O control «on-line» de misturas gasosas durante a extracção gasosa de combustível nuclear é estudado para um «flow-sheet» de ClF_3.

Os métodos físicos não radioactivos que podem ser utilizados para analisar as misturas de gases corrosivos em causa são estudados segundo o seu aspecto de control contínuo ou descontínuo.

Os resultados recentes permitem constatar que a espectometria de infravermelhos e a cromatografia gás-líquido são os mais interessantes.

C. D. U. 541.124/.128 — 145

Some aspects of chemical dynamics in solution — *Jack Halpern.*

Journal of Chemical Education, 7-968, vol. 45, págs. 373-80, t. 6.

Estudo das diferenças fundamentais de dinâmica química em relação à fase gasosa. Estudo da solvatação dos reagentes e / ou das espécies intermediárias incluindo o complexo activado, e participação do solvente na reacção, como agente nucleófilo.

C. D. U. 541.127.1.04

Chemical reaction cross sections and rate constants — *E. F. Greene* and *A. Kupermann.*

Journal of Chemical Education, 6-968, vol. 45, págs. 361-9, t. 6.

Estudos de velocida desde reacção e estrutura molecular em reacções cruzadas bimoleculares, em fase gasosa. Utilizam-se experiências de colisão bimolecular num gás, enunciam-se métodos experimentais para a determinação da secção recta de reacções e aplicações destas reacções aos líquidos.

C. D. U. 541.128 : 532.7

Catálise y cinética química — *Anthony Tucker.*

Ion, 10-968, vol. 28, págs. 712-4, t. 327.

Estudo das enzimas e das suas propriedades como catalizadores e aplicações industriais das mesmas. Acção dos catalizadores durante uma reacção, e estudo do mecanismo pelo qual estas substâncias aceleram a reacção.

C. D. U. 543.242

Mechanism of oxidation — reduction reactions — *Henry Tavbe.*

Journal of Chemical Education, 6-968, vol. 45, t. 7, pág. 453-61.

Considerações sobre número de oxidação e estados de coordenação, estrutura electrónica e estado de coordenação, complexos activados por transferência electrónica, estrutura eléctrónica e mecanismos e transferência electrónica por ataque remoto.

C. D. U. 544.64/65 : 545

Correccion de influências mútuas elementales en muestras naturales aplicando coeficientes matemáticos de correccion para determinaciones quantitativas por fluorescencia de rayos x — *J. L. Sagrera.*

Ion, 12-968, vol. 28, t. 329, pág. 856-61.

Aplicação das diversas fórmulas matemáticas de convecção de influências mútuas elementares em técnicas quantitativas por fluorescência de raios x, dando uns exemplos de aplicação que permitem comparar a validade dos ditos coeficientes matemáticos de convecção.

C. D. U. 547.371

The methanolysis of substituted methyl benzoates — *J. T. Glover and C. W. Peterson.*

Journal of Chemical Education, 4-968, vol. 45, t. 4, pág. 241-43.

Trata-se do estudo de uma reacção de substituição ilustrando as relações de variação linear da energia livre do processo. Esta experiência é feita com metil benzoatos substituídos em presença de álcool metílico em que o primeiro tem um carbono radioactivo que nos permite seguir a reacção.

SOCIEDADE DE CONSTRUÇÕES AMADEU GAUDÊNCIO

ESCRITÓRIO E OFICINAS
R. ALEXANDRE BRAGA, 4-A
LISBOA

ARQUITECTURA E ENGENHARIA

CONSTRUÇÕES CIVIS

•

BETÃO ARMADO E PRE-ESFORÇADO

•

CARPINTARIA MECÂNICA

•

TRABALHOS DE PINTURA E ESTUQUES

Telefones:

P. P. C. A. 56 00 51 e 38 70 00

End. Telegráfico: «CONSTRUÇÃO»

DEPÓSITO DE MATERIAIS:

Estrada de Moscavide, 17-19

Telefone 38 90 72

LISBOA

ROLAMENTOS DE AGULHAS COMBINADOS COM ROLAMENTO AXIAL DE ESFERAS INA

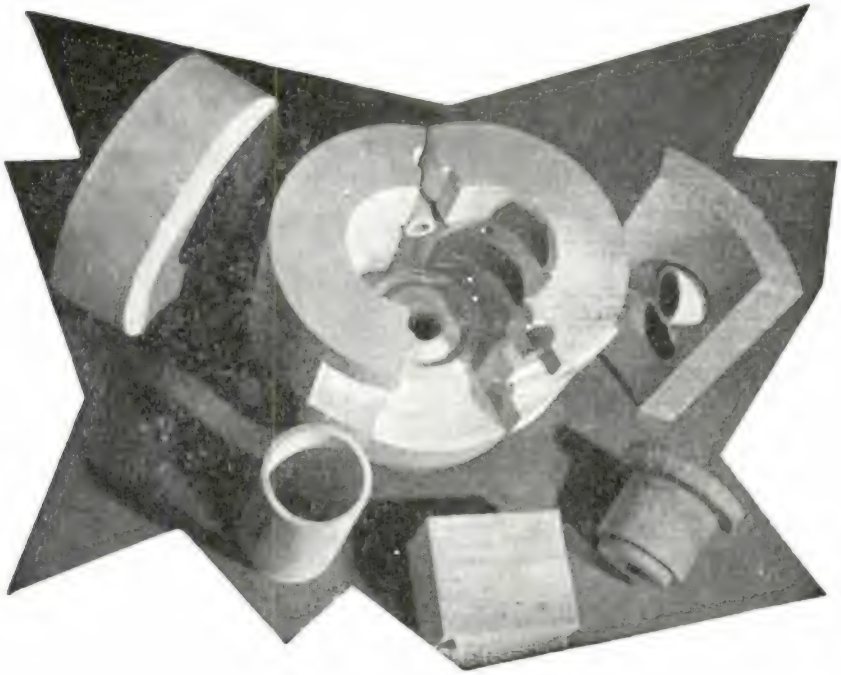
Diâmetros dos veios de 7 a 70 mm.
Capacidades de carga dinâmica C(radial) de 510 a 3.550 Kg e (axial) de 570 a 3.450 Kg.

Rolamentos de Agulhas Schaeffler, Lda.

Rua Sá da Bandeira, 790 - Porto - Telef.: 21157/8/9
Av. António Augusto de Aguiar, 148-D — Lisboa
Telefone 561489

a técnica moderna emprega

BETÕES REFRACTÁRIOS



à base dos cimentos

FONDU LAFARGE

e

SECAR 250

porque são

práticos
eficientes
económicos

REFRACTÁRIOS ATE 1800° C
REFRACTÁRIOS ISOLANTES ATÉ 1700° C

Os nossos serviços técnicos, especializados, estão à vossa inteira disposição para estudar, sem qualquer encargo da vossa parte, a adaptação dos BETÕES REFRACTÁRIOS a todos os vossos problemas

AGUIAR & MELLO, L.DA

P. do Município, 13-1.º — LISBOA — Tel. 32 11 51/2

C. D. U. 551.482.212.3

Avaliação do caudal sólido em escoamentos unidireccionais — *L. Veiga da Cunha.*

Fomento, 1968, vol. 6, pág. 21.

Nesta publicação passa-se em revista a aparelhagem que tem sido utilizada na medição directa ou indirecta de caudal sólido por arrastamento e em suspensão — fazendo-se a apreciação de cada tipo de aparelho. Descrevem-se técnicas de medição de caudal sólido, analisam-se problemas do número e localização dos pontos de recolha de amostras e ainda da frequência de recolha em cada ponto.

C. D. U. 552.1

Critère de rupture des roches fragilles — *N. S. Parate.*

Annales, 1-969, vol. 253, pág. 149.

O comportamento da rocha é dúctil, quando submetidas a elevadas compressões médias e frágil nas condições vizinhas das atmosféricas. Na maior parte das aplicações, o engenheiro tem que enfrentar problemas de rotura frágil ou porque deseja evitar a rotura ou porque deseja provocá-la. Estabelece-se a distinção entre dois critérios:

— quando, pelo menos, um esforço principal é uma tracção, a rocha fractura por extensão e obedece a um critério de tracção máxima;

— quando os três esforços principais são complexos, a rocha obedece a um critério de corte máximo.

C. D. U. 621.465-52

Mise en service d'un dispositif de commande automatique de groupe turbo-alternateur au Canada — *Eger Dieter.*

Rev. Brown Boveri, t. 54 (1967), n.º1, p. 3-8.

O autor descreve as características e a constituição do dispositivo electrónico turbomatic e indica as fases da sua montagem.

C. D. U. 621.3.052.63 : 621.398

Appareils à courants porteurs à deux bandes latérales ZSB 400 pour téléphónie et téléopération sur les lignes à haute tension — *Aigner, W.; Domes, R.*

Rev. Siemens 27 (1969) n.º 1, pages 24-30.

O artigo descreve a constituição e o funcionamento do aparelho e indica as suas aplicações.

C. D. U. 621.311.22-52

Le Decontic, un système de commande décentralisé pour l'automatisation des centrales — *Mötz Friedrich*

Rev. Brown Boveri, t. 55 (1968), n.º 1/2, p. 25-31.

Após uma descrição sucinta do sistema de comando o autor descreve o funcionamento dos módulos utilizados neste sistema, assim como a sua montagem.

C. D. U. 621.313:333.620.179

Estatística das correntes em vazio de motores assíncronos — *Franklin Guerra.*

Electricidade 1-2-69 n.º 57 pág. 47-48.

O autor faz uma análise estatística das flutuações em relação à média, que se verificam nos ensaios de verificação, à saída duma linha de montagem.

C. D. U. 621.313:362

Une nouvelle serie de moteurs shunts triphasés à collecteur — *Blunschi Adolf.*

Rev. Brown Boveri, t. 55 (1968), n.º 1/2, p. 20-25.

O autor descreve a nova gama de motores.

C. D. U. 621.317.79 : 621.3.518.46

Dispositif de mesure du glissément, utilisant des circuits intégrés — *Müller Edmund et Skuin Petar.*

Rev. Brown Boveri, t. 54 (1967), n.º 4, p. 187-189.

Neste artigo descreve-se um aparelho que, por meio de circuitos integrados, a partir da frequência do «stator» e da velocidade de rotação do rotor, elabora um trem de impulsos representando a diferença de frequências e por conseguinte, a frequência do escorregamento.

C. D. U. 621.316.364

Multi Compact — un nouveau système intégré d'appareils de connexion et d'équipements de connexion — *Baath, S.*

ASEA-Revue 40 (1968) : 6, p. 123-125.

Graças a uma coordenação lógica, a sua adaptação sistemática ao meio e a uma execução compacta, o sistema «Multi-Compact» permite fazer uma instalação com menos custo.

C. D. U. 621.316.7-523.8:621.313.362

Régulateur à trois paliers pour moteurs shunt triphasés — *Neumann, B.; Waldinger, H.*

Rev. Siemens 27 (1969) n.º 1, pag. 30-33.

O artigo descreve o aparelho, indica o modo de funcionamento e as suas passibilidades de emprego.

C. D. U. 621.38-112

L'insensibilité aux perturbations des systemes électroniques à éléments de construction — *Morgenthaler Max Jakob.*

Rev. Brown Boveri, t. 54 (1967), n.º 4, p. 156-161.

No presente artigo analisam-se os factores essenciais da insensibilidade às perturbações de sistemas lógicos electrónicos à base de elementos de construção, referindo-se particularmente ao caso de circuitos integrados.

C. D. U 621.39 : 621.317 : 681.3

Equipements automatiques de contrôle pour la technique des télécommunications — *Remp, W. R.*

Rev. Siemens 27 (1969) n.º 1, pág. 17-20.

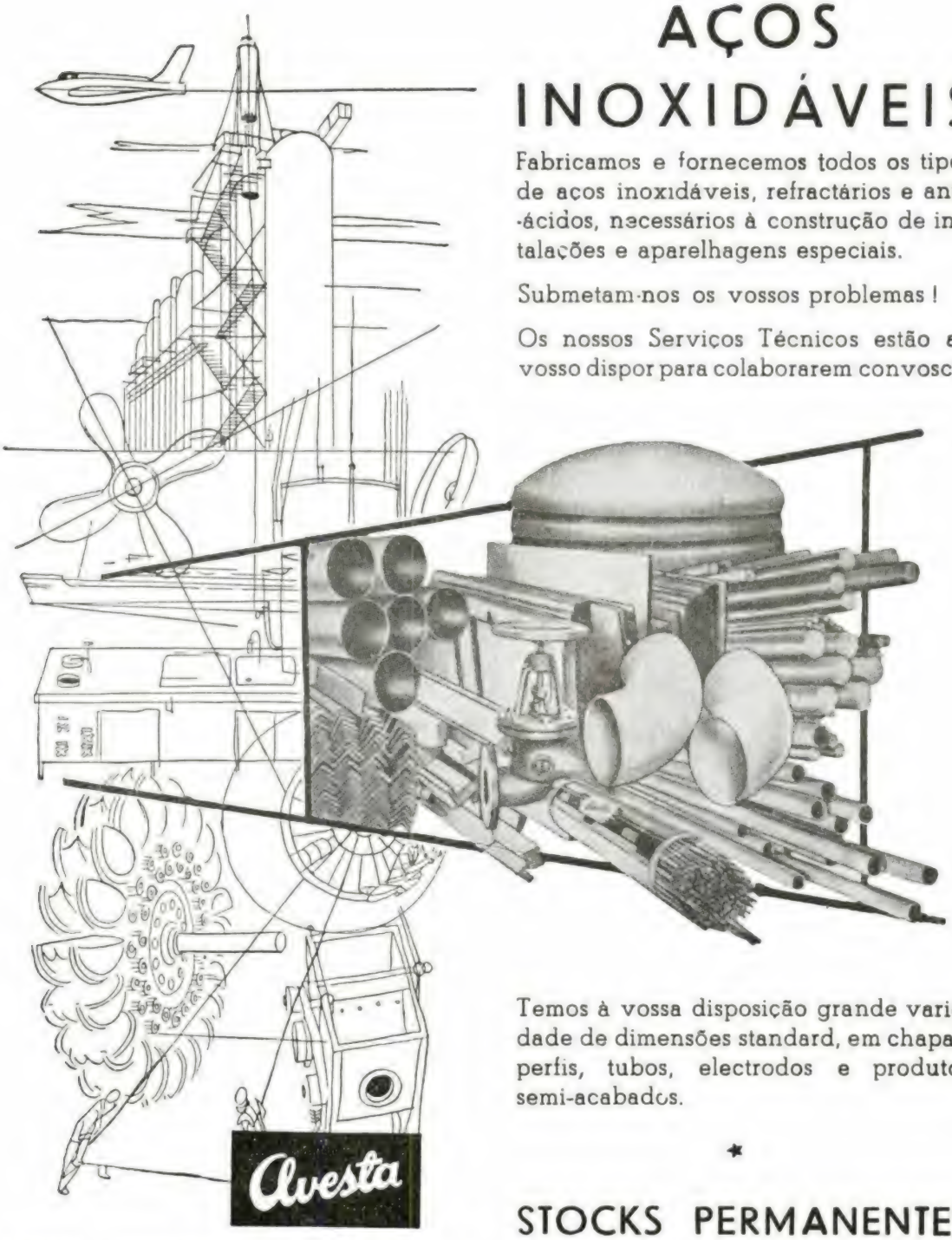
O artigo trata da construção de aparelhos automáticos de controle e de medida. Descreve entre outros o conjunto automático de medida «PEGAMAT».

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.



Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

★

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 537015-537016-537017-537018

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 54666

C. D. U. 621.395.2

Grandes installations téléphoniques á postes supplémentaires ESK 3000 E réalisées en technique Siemens Crosspoint — *Kurz, W.*

Rev. Siemens 27 (1969) n.º 1, pag. 21-24.

O artigo descreve as características fundamentais das instalações ESK 3000 E: Construção e constituição do sistema, rede de conexão e comando electrónico.

C. D. U. 621.396.7 : 629.19 : 550.8

Extension de la radio-station terrestre de Raisting pour le trafic des télécommunications par la satellite Intelsat III — *Graf, H.; Schürkämper, K.-H.*

Rev. Siemens 26 (1968) n.º 5, pág. 147-152.

O artigo descreve a transformação da estação de rádio Raisting I para exploração por intermédio do satélite Intelsat III e faz referência à montagem da antena da estação Raisting II.

C. D. U. 621.742 + 621.744 : 620.1

Novos aparelhos de control de areias expostos na GIFA 1968 — *O. Hikl.*

Revista A. P. F., n.º 31, 968, pág. 21.

O artigo descreve uma nova gama de aparelhos de control de areias, cuja concepção tem em vista obter resultados laboratoriais adaptados à realidade das operações na moldação solucionando algumas contradições que se verificam com os ensaios feitos nos tipos convencionais de instrumentos.

C. D. U. 621.743 + 621.744

Máquinas-ferramentas modernas na indústria de fundição — *J. Fallows.*

Revista A. P. F., n.º 31, 968, pág. 9.

O autor dividiu esta comunicação ao 2.º Congresso Nacional de Fundição em duas partes — na 1.ª relata a razão do atraso da mecanização no sector da indústria fundidora e apresenta um caso concreto de uma colaboração bem sucedida entre um fabricante de máquinas para a fundição e uma empresa fundidora; na 2.ª parte descreve a máquina de moldar sem caixas, denominada Disamatic.

C. D. U. 624.07 : 001.57 + 518.5

Utilisation du calcul numérique et des modèles réduits pour l'étude de constructions — *E. Absi* e *Ch. Bonvalet.*

Annales 2-69 vol. 254 pág. 259.

O estudo das estruturas pode, em casos difíceis recorrer a duas técnicas complementares:

1.º — O cálculo electrónico

2.º — Os modelos reduzidos

O primeiro autor desenvolve diferentes aspectos e aplicações do cálculo electrónico. O segundo autor apresenta um certo número de exemplos de estudo em modelos reduzidos.

C. D. U. 624.07 : 519.5

Metodos matriciales para mecanizar el calculo de estruturas — *Frederico Alicart.*

Revista de Obras Publicas 1-69 vol. 3045 pág. 3.

Expõe-se em síntese, o processo de mecanizar o estudo de uma estrutura, com base no método da rigidez para o que se requerem conhecimentos sobre programação; se as estruturas excedem a capacidade de memória de um computador, podem ser estudados, decompondo-os em subestruturas elementares.

C. D. U. 624.012.45

Hormigon armado: abacos para el calculo de secciones rectangulares sometidas a compression compuesta y a flexion compuesta — *Fracisco Ruiz Garcia.*

Revista de Obras Públicas 2-3-69 vol. 3046-3047 pág. 137.

O autor encontrou umas relações lineares entre os espaços a que estão submetidas as secções e as características geométricas e de tensão das mesmas. Estas relações permitem a construção de ábacos de fácil manejo e extrapolação, que permitem determinações imediatas.

C. D. U. 624.012.45 : 624.026 : 518.4

Escadas helicoidais e para-helicoidais de betão armado; método de cálculo gráfico-analítico — *J. A. Ribeiro Sarmento.*

Engenharia (F. E. U. P.), 1-2-968, pág. 5.

O método que se descreve é aplicável a escadas de apoios perfeitamente encastrados, apresentando, em projecção horizontal, simetria relativamente ao eixo médio da linha dos apoios.

C. D. U. 624.138.51 : 620.1

Alguns resultados de ensaios de laboratório de solo-cimento com «Muceque» — *H. Novais Ferreira.*

Fomento, 1968, vol. 6, pág. 3.

Dentro de um programa geral de estudos de solo-cimento com solos de Angola, foi realizada uma primeira série de ensaios com «muceque» — Solo argiloso avermelhado — constituída pela obtenção de curvas de variação de baridade, resistência à compressão e CBR, com o teor de humidade para várias dosagens e várias energias de compactação. Avaliaram-se as coordenadas dos máximos dessas curvas, coordenadas essas que se estudam neste trabalho.

C. D. U. 663.63

El problema economico en la depuracion de las aguas residuales — *Eduardo Dewisme.*

Revista de Obras Públicas, 1-969, vol. 3045, pág. 29.

O autor pretende dar a conhecer algumas indicações sobre o custo de construção e conservação das plantas de depuração de águas residuais urbanas, assim como os critérios que vêm sendo utilizados noutros países.

SENHORES
ARQUITECTOS
ENGENHEIROS
EMPREITEIROS
CONSTRUTORES

CALCINA

É hoje em Portugal o melhor ligante hidráulico para argamassas, rebocos e alvenarias.

Prefiram, pois, C A L C I N A

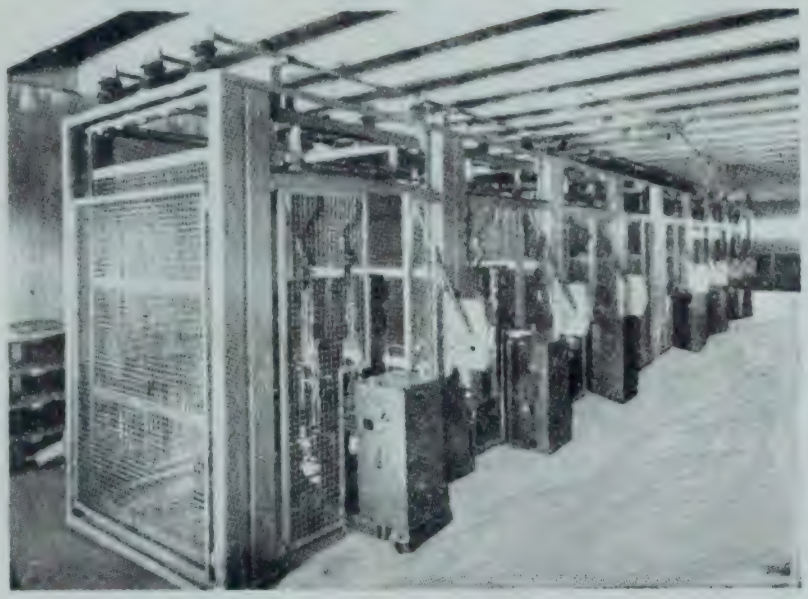
Entregas permanentes de dia e de noite nas Fábricas de Cimento "Tejo" - Alhandra e do "Cabo Mondego" - Figueira da Foz, e através da vasta rede de revendedores espalhados por todo o País

ISOLUX L.DA

ESTUDOS E INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS

Porto
R. de Sá da Bandeira, 651 - 4.º
Tel. 2 70 13

Lisboa
L. Campo Pequeno, 21 - 4.º Esq.
Tel. 760964



CELAS ABERTAS DE ALTA TENSÃO

Projectos e instalações eléctricas de:

Centrais

Subestações

Postos de Transformação

Fábricas

Edifícios públicos

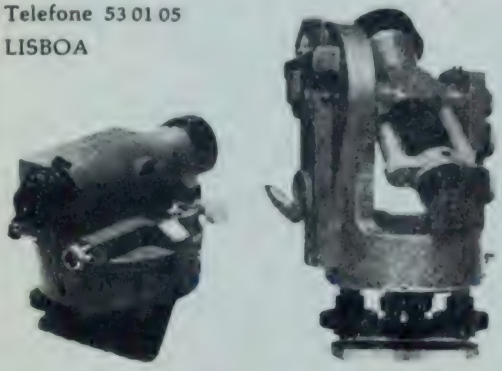
Blocos residenciais

Miller
Níveis e Teodolitos

Os melhores preços do mercado
Assistência Técnica Garantida

Representante exclusivo:

Nucleon - Equipamentos de Precisão, Lda.
Av. António Augusto de Aguiar, 165, r/c - Dto.
Telefone 53 01 05
LISBOA



TOPOGRAFIA GERAL

2.º Volume

Pelo Eng.º A. C. XEREZ

Nova edição revista e actualizada

Preço 150$00

Desconto: 10% aos assinantes

Pedidos à Técnica

LISTA CLASSIFICADA DE ANÚNCIOS

Neste número continua a «Técnica» a sua secção de publicidade — a *lista classificada de anúncios* — destinada a facilitar a procura por parte dos clientes.

Estas páginas amarelas ficam abertas aos nossos leitores, que nelas podem anunciar a sua firma e endereço, ao preço de 50$00 por número. Quanto aos nossos anunciantes, é com muito gosto que lhes concedemos grátis a inscrição na lista.

CONSTRUÇÃO CIVIL

CONSTRUTORES CIVIS

— **Construções Técnicas, Lda.**
P. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Fundações Franki**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 73 41 12.

— **Soc. Const. Amadeu Gaudencio, Ld.ª**
R. Dr. Alexandre Braga, 4-A — Lisboa
Telef. 4 31 91 — 92 — 93.

— **Soc. de Pré-Fabricação e Obras Gerais Novobra**
Av. Estados Unidos da América, 100-5.º D
— Telef. 77 48 32 / 76 64 46 — Lisboa 5

— **SOMAGUE**
R. Carlos Testa, 1 — Tel. 56 24 81 — Lisboa 1

ESCAVADORAS E TRACTORES

— **Guedes & Almeida**
Rua Aurea, 181-2.º— Tel. 32 78 45 — Lisboa 2

— **S. T. E. T. — Soc. Técnica de Equipamentos e Tractores, Ld.ª**
Prior Velho — Sacavém — Tel. 2 51 00 01/4.

FUNDAÇÕES

— **Construções Técnicas, Lda.**
Pr. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Av. da República, 42-8.º
— Telef. 77 70 86/7 e 77 12 65 — Lisboa

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
R. S. Pedro de Alcantara, 1 — Tel. 32 46 93 e 21 32 56 — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques — Beira.

— **Fundações Franki, Lda.**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 53 41 12.

— **Johann Keller**
R. dos Bem Lembrados - Cascais — Tel. 28 01 46

— **Sondagens e Fundações, A. Cavaco, Lda.**
R. Rodrigo da Fonseca, 62-r/c — Lisboa 1
Tel. 56 11 71/72/73.

— **Sondagens Ródio**
Rua de S. Bento, 644-3.º — Lisboa
Tel. 68 80 96/7/8

— **Sopecate**
R. do Arsenal, 146, 2.º — Lisboa.
Tel. 3 40 10 - 32 02 08

IMPERMEABILIZAÇÃO

— **Empresa de Produtos Asfálticos**
R. Filipe Folque, 10-1.º — Lisboa — Tel. 73 01 56.

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO

— **Nucleon**
Av. António Augusto de Aguiar, 165, r/c.-Dt.
Tel. 53 01 05 — Lisboa

— **Wild Portugal, Ld.ª**
Praça das Águas Livres, 8, s/l 6 — Lisboa 2 — Tel. 68 91 12.

ISOLAMENTO TÉRMICO E ACÚSTICO

— **Isola**
Av. António Augusto de Aguiar, 17-2.º e 3.º Lx.

— **SETH, Ld.ª**
R. Filipe Folque, 10-1.º — Lisboa — Tel. 73 01 56

SONDAGENS

— **Construções Técnicas, Lda.**
Pr. do Município, 13-3.º — Tel. 36 65 06

— **Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Ld.ª**
Avenida da República, 42-8.º
Telef. 77 70 86/7 e 77 12 65 — Lisboa

— **Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações**
R. S. Pedro de Alcântara, 1 — Tel. 32 46 93 e 21 13 56 — Lisboa — Luanda — Lourenço Marques — Beira.

— **Fundações Franki, Lda.**
R. Braamcamp, 13-3.º — Lisboa — Tel. 53 41 12

— **Johann Keller**
R. dos Bem Lembrados - Cascais — Tel. 28 01 46

— **Sondagens e Fundações, A. Cavaco, Lda.**
R. Rodrigo da Fonseca, 62-r/c — Lisboa 1
Tel. 56 11 71/72/73.

— **Sondagens Ródio, Ld.ª**
Rua de S. Bento, 664-3.º — Lisboa
Tel. 68 80 96/7/8.

— **Sopecate**
R. do Arsenal, 146-2.º — Lisboa.
Tel. 3 40 10 — 32 02 08

CONSTRUÇÕES METALO-MECANICAS

CONSTRUTORES METALO-MECÂNICOS

— **COMETNA**
R. Academia das Ciências, 5
Tel. 32 00 11 — Lisboa

— **Construções Metalo-mecânicas MAGUE Ld.ª** — Alverca

— **Sociedade Industrial Metalúrgica**
R. de S. Tiago, 1

EQUIPAMENTO ELECTRICO

— **AEG — Lusitana de Electricidade**
R. João Saraiva, 4-Tel. 71 11 71/71 40 01-Lisboa

— **ASEA**
Estrada do Prior Velho — Tel. 251 11 01
— Sacavém
R. do Campo Alegre, 144 —Porto —Tel. 62 106/9

— **Electrotécnicos Reunidos**
Avenida João XXI, 64 — Lisboa.

— **FRAPIL**
Cais de São Roque — Aveiro — Tel. 23071

— **J. F. de Azevedo e Silva & C.ª, Ld.ª**
Rua S. Francisco Sales, 2, 1.º — Tel. 65 41 65
— Lisboa.

— **Hidrel**
R. do Alecrim, 47-A-B
Tels. 32 57 00 - 3 59 66 — Lisboa

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **Philips Portuguesa**
R. Joaquim António de Aguiar, 66 Lisboa

— **Siemens — Companhia de Electricidade**
Avenida Almirante Reis, 65
Telef. 53 69 21/0 — Lisboa

— **Soc. de Elec. Brown Boveri**
R. Sá da Bandeira, 481-2.º — Tel. 2 34 11 — Porto

— **Sociedade Michäelis de Vasconcelos, Ld. — Oerlikon**
Av. Marquês de Tomar, 94 — Lisboa.
P. da Liberdade, 114 — Porto.

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto.
R. Rosa Araújo, 35 — Lisboa.

DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA

— **União Eléctrica Portuguesa**
R. Alexandre Herculano, 244 — Porto.
R. Rosa Araújo, 35 — Lisboa.

ELÉCTRODOS

— **Electro-Arco, Ld.ª**
R. Silva Carvalho. 220 — Lisboa — Tel. 68 36 49.
R. do Bolhão, 216 — Porto — Tel. 2 12 77.

INSTALAÇÕES

— **ASEA**
Estrada do Prior Velho — Tel. 251 11 01
— Sacavém
R. do Campo Alegre, 144 —Porto —Tel. 62 106/9

— **Isolux, Lda.**
R. Gonçalves Crespo, 33, 3.º — Lisboa
R. de Sá da Bandeira, 551, 4.º — Porto.

— **J. F. de Azevedo e Silva & C.ª, Ld.ª**
Rua S. Francisco Sales, 2, 1.º — Tel. 65 41 65
— Lisboa.

— **J. Roma**
Praça da Figueira, 86/51/2/3 — Lx.

— **Jayme da Costa, Ld.ª**
R. dos Correeiros, 14 — Lisboa — Tel. 32 70 35.
Praça da Batalha, 12 — Porto — Tel. 2 28 12.
Cx. Postal 5174 — Luanda — Tel. 47 43.

— **Siemens — Companhia de Electricidade**
Avenida Almirante Reis, 65
Telef. 65 41 65 — Lisboa.

— **Standard Electrica**
Av. da Índia — Tel. 63 81 71 — Lx.

ISOLAMENTOS

— **Empresa Electro-Cerâmica, S.A.R.L.**
L. Barão de Quintela.

SOLDADURAS

— **Electro Arco**
R. Silva Carvalho, 239 — Lisboa
R. do Bolhão, 216 — Porto

— **J. Roma**
Praça da Figueira, 86/51/2/3 — Lx.

TELECOMUNICAÇOES

— **Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos, S.A.R.L.**
R. Rodrigo da Fonseca, 110, r/c — Lisboa — Tel. 68 60 72.
R. Sá da Bandeira, 766-1.°E — Porto — Tel. 2 48 18

— **Standard Electrica**
Av. Índia — Tel. 63 81 71 — Lx.

EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

— **COMETNA**
Rua Academia das Ciências, 5
Tel. 32 00 11 — Lisboa

— **Frapil**
Cais de São Roque — Aveiro — Tel. 23071

— **DEMAG — Soc. Comercial Romar**
Trav. da Galé, 9 — Tel. 63 56 70 — Lisboa.
Santa Iria de Azoia

— **Guedes & Almeida, Lda,**
R. Aurea, 181-2.° — Tel. 32 78 45 — Lisboa

— **Hidrel**
R. do Alecrim, 47-A-B
Tels. 32 57 00 - 3 59 66 — Lisboa

— **Kendal & Pinto Basto & C.°, Lda.**
R. Nova da Alfândega, 7-12 - Tel. 2 84 21 — Porto
Av. 24 de Julho, 1 — Tel. 36 15 81 — Lisboa

— **Construções Metalo-Mecânicas Mague, Lda.**
Alverca do Ribatejo

CORRENTES

— **Auto - Lusitania**
Av. da Liberdade, 73 - 79 — Lisboa.

— **Harker Sumner**
L. do Corpo Santo, 18
Tel. 32 48 23 — Lisboa.

— **INA — Rolamentos de Agulhas**
Schaeffler, Lda — R. Sá da Bandeira, 740 — Porto.
Tel· 2115 7/8/9.

INDÚSTRIAS QUÍMICAS

FELTROS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais**
Estrada de S. João — Ovar

TEXTEIS

— **FANAFEL — Fábrica Nacional de Feltros Industriais, Ld.ª**
Estrada de S. João — Ovar.

LIVROS TÉCNICOS

— **TÉCNICA**
Avenida Rovisco Pais — Lisboa
Tel. 77 54 49

MATERIAIS DE CONSTRUÇÃO

AÇOS ESPECIAIS

— **A. Johnson & C.ª (Portugal), Ld.ª**
P. José Fontana, 11-1.° — Lisboa — Tel. 53 70 15/ /6/7/8.
R. Dr. António Granjo, 160/168-Porto-Tel. 5 46 69

— **Companhia Portuguesa de Trefilaria**
R. do Instituto Industrial, 18-1.°, Dt.° — Lisboa
Tel. 67 12 24/5.

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.° — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

— **PRISMA**
R. D· Luis I, 20 Lisboa Tel. 67 01 76

BETÃO

— **Companhia Portuguesa de Trefilaria**
R. do Instituto Industrial, 18-1.°, Dt.° — Lisboa
Tel. 67 12 24/5.
Lisboa 1

— **Empresa Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa. — Tel. 5 91 61/66.

— **Heliaço**
R. S. Julião, 41-4.° — Tel. 36 78 17 — Lisboa.

— **PRISMA**
R. D. Luis I, 20 Lisboa. Tel. 67 01 76

— **Sociedade Portuguesa CAVAN**
R. de D. Estefânia, 94-A — Lisboa — Tel. 4 78 12 e 5 01 29.

CIMENTOS

— **AGUIAR E MELO, LDA.**
Praç. do Município, 13-1.º — Tel. 32 11 51/2 Lx

— **CIBRA — Cimentos Brancos**
Tv. do Corpo Santo, 15 — Lisboa — Tel. 32 04 64.
R. do Bonjardim, 205 — Porto — Tel. 2 57 79.

— **Empresa de Cimentos de Leiria**
R. Braamcamp, 7 — Lisboa — Tel. 5 91 61/66.

— **Secil**
R. do Comércio, 156—Lisboa 2 —Tel. 32 82 01/2/3

MATERIAIS PRÉ ESFORÇADOS

— **CERVAL— Cerâmica de Vale de Lobos, Ld.ª**
Av. Joaquim António de Aguiar, 41-5.º D.
Tel. 53 11 38 — Lisboa.

— **Soc. de Pré-fabricação e Obras Gerais Novobra, Ld.ª**
Av. E. U. da América, 100-5.º-E.
Tel. 77 48 32/ 76 64 46 — Lisboa.

ARTIGOS DE ESCRITÓRIO E ESCOLAR

MATERIAL DE DESENHO

— **J. J. Silva & Irmão, Lda.**
Rua Silva Carvalho, 232-B — Lisboa
Tel. 65 27 50 / 68 06 71

— **Nucleon**
Av. António Augusto de Aguiar, 165, r/c.-Dt.
Tel. 53 01 05 — Lisboa

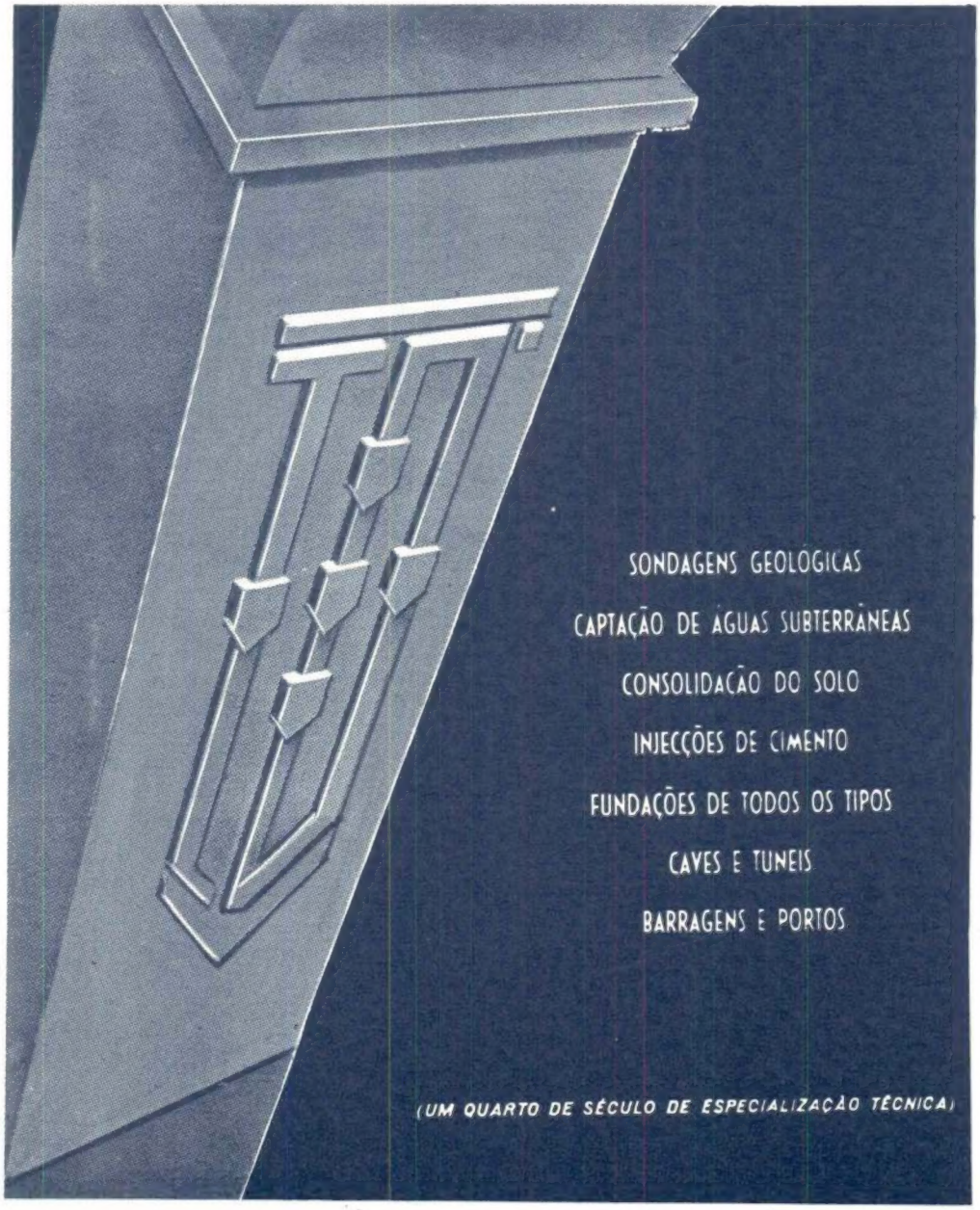
— **Wild Portugal**
Praça das Águas Livres, 8-s/l.
Tel. 98 91 12 — Lisboa.

Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

AV. DA REPÚBLICA, 42, 8.º
TELEFS. 77 70 86/7 e 77 12 65

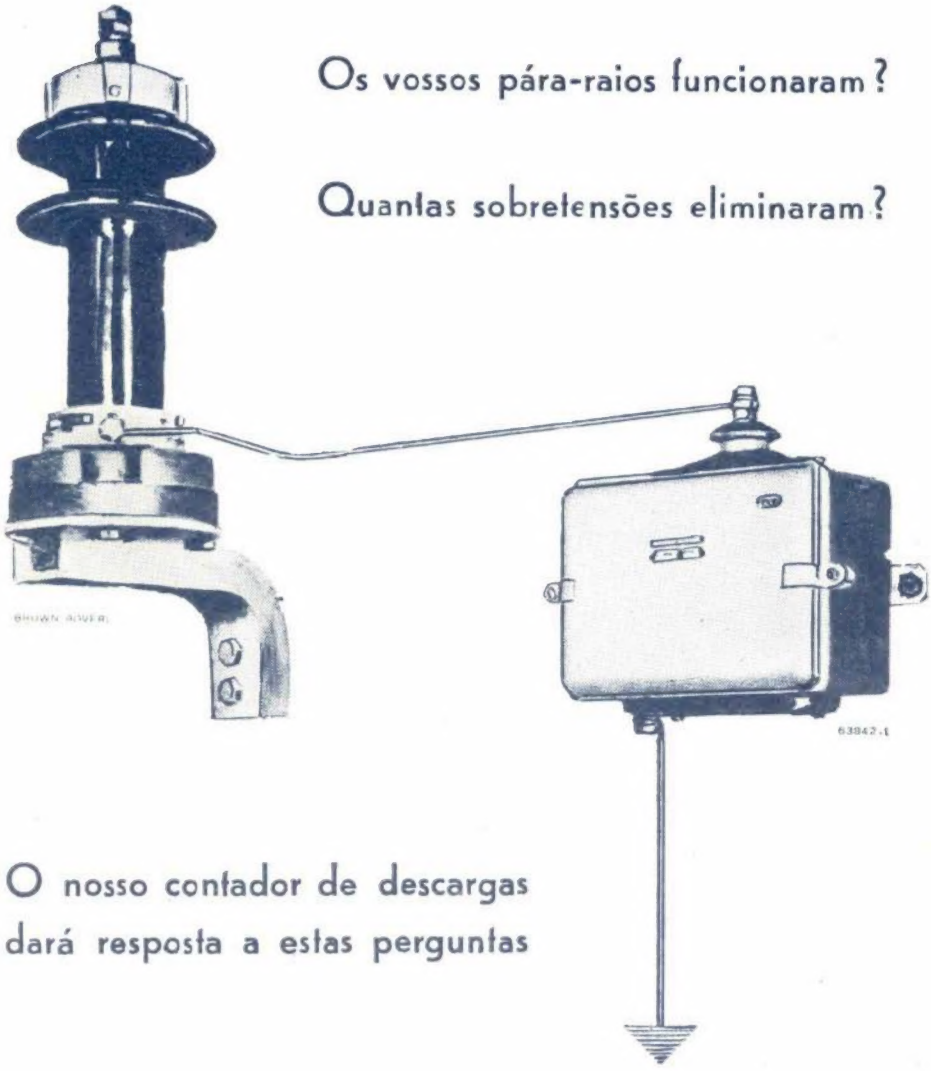
LISBOA



BROWN BOVERI

Pára-raios

Contadores de descargas



Os vossos pára-raios funcionaram?

Quantas sobretensões eliminaram?

O nosso contador de descargas dará resposta a estas perguntas

Para cada problema de protecção, os nossos Serviços Técnicos podem indicar a solução mais apropriada

SOC. DE ELECT. **BROWN BOVERI**, LDA.

RUA DE SÁ DA BANDEIRA – 481-2.º TEL. 23411-PORTO